

Estructura de la Materia 4

Práctica 5a: Teorías de gauge (abeliano).

Segundo Cuatrimestre 2010

1. Considere la acción de un campo escalar cargado ante el campo electromagnético,

$$S = \int d^4x \left(D_\mu^* \phi^* D^\mu \phi - m^2 \phi^* \phi \right),$$

donde $D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu$. Se pide:

- Muestre que esta acción es invariante ante la transformación $U(1)$ global definida según $\phi(x) \rightarrow \phi'(x) = e^{i\alpha} \phi(x)$, para cualquier constante α .
- Suponiendo, ahora, una transformación local (i.e. permitiendo que α sea, ahora, una función arbitraria de las cuatro coordenadas), deduzca cómo tendría que transformar el campo electromagnético $A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x)$ a efectos de que la acción permaneciese invariante ante $\phi(x) \rightarrow \phi'(x) = e^{i\alpha(x)} \phi(x)$.
- Muestre que la transformación del campo $A_\mu(x)$ deja también invariante al lagrangiano de Maxwell.
- Dibuje los diagramas de Feynman correspondientes a los vértices de interacción.
- Ahora agregue al Lagrangiano un término $\frac{1}{4}|\phi|^4$ y vuelva a dibujar los nuevos diagramas de Feynman posibles. Con este nuevo lagrangiano, dibuje los diagramas intervinientes en el scattering partícula-antipartícula, $\phi^* \phi \rightarrow \phi^* \phi$. Por simplicidad, considere sólo los órdenes que no incluyan lazos en los diagramas.

2. Considere el campo de Dirac acoplado al campo electromagnético,

$$\mathcal{L}_{QED} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}.$$

- Muestre que esta acción es invariante ante la transformación de gauge conjunta $\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{i\alpha(x)} \psi(x)$, $A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x)$, donde la transformación del campo electromagnético es aquella que se dedujo en el problema anterior.
- Verifique que esta acción es invariante ante la transformación global $\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{i\alpha\gamma^5} \psi(x)$, $A_\mu(x) \rightarrow A_\mu(x)$, si y sólo si el campo de spin 1/2 es no-masivo.
- Dibuje los diagramas de Feynman correspondientes a los vértices de interacción.

3. Considere las dos teorías de campos descritas en los problemas 1 y 2.

- Muestre que un término de masa para el fotón, por más pequeño que sea, rompe la invarianza de gauge $U(1)_{local}$.

- b*) Estudie a qué orden (en potencias de e) aparece el primer término no-nulo en la amplitud de scattering para el proceso que corresponde a crear un par de fotones a partir de una colisión de partícula-antipartícula.
- c*) Presente el diagrama (el que corresponde al menor orden no trivial) del proceso de interacción entre cuatro fotones de distinto momento. Vea que es indispensable la consideración de un lazo para tal proceso.