# Estados de Bell y “correlaciones cuánticas”

## Clase nº 5 de Computación Cuántica

J. P. Paz, C. Cormick

Depto. de Física, FCEyN, UBA

1$^{\text{er}}$ cuatrimestre 2006

# La quinta clase se trató de:

- El sistema de dos spines y los estados de Bell
- Medición de los spines en un estado de Bell
- Las correlaciones en mecánica cuántica y el azar por ignorancia

# Los estados de Bell

- Una base ortonormal para el espacio de estados de dos spines es: $\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$ $\quad (|jk\rangle \equiv |j\rangle_A \otimes |k\rangle_B)$. Ésta es una base de estados separables.

- Los estados de Bell forman una base ortonormal de estados entrelazados:

$$|\beta_{00}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle\rangle), \quad |\beta_{01}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle\rangle)$$

$$|\beta_{10}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle\rangle), \quad |\beta_{11}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle\rangle)$$

# Medición de uno de los dos spines

- En el sistema de dos spines, los proyectores asociados a los resultados $\pm 1$ en la medición del spin $A$ en la dirección $\vec{n}$ son:

$$(|0_{\vec{n}}\rangle\langle 0_{\vec{n}}|)_A \otimes I_B = (1/2)(I_A + \vec{n}\cdot\vec{\sigma}_A) \otimes I_B$$

$$(|1_{\vec{n}}\rangle\langle 1_{\vec{n}}|)_A \otimes I_B = (1/2)(I_A - \vec{n}\cdot\vec{\sigma}_A) \otimes I_B$$

# Medición del spin de una de las partículas en un estado de Bell

- La probabilidad de obtener el resultado $+1$ al medir el spin $A$ en la dirección $\vec{n}$ en el estado $|\beta_{jk}\rangle$ es:

$$Prob(+1, \vec{n}, A) = Tr((|0_{\vec{n}}\rangle\langle 0_{\vec{n}}|)_A \otimes I_B \; |\beta_{jk}\rangle\langle\beta_{jk}|) = 1/2$$

o sea, en cualquier estado de Bell y en cualquier medición de un solo spin los resultados $\pm 1$ son equiprobables.

# Medición del spin en un estado de Bell

- Luego de la medición sobre el primer spin, el estado del sistema es:

$$|\psi'\rangle = \frac{\hat{P}_{\pm 1}\,|\beta_{jk}\rangle}{\sqrt{Prob(\pm 1)}} = \sqrt{2}\,\hat{P}_{\pm 1}\,|\beta_{jk}\rangle$$

donde $P_{\pm 1} = (1/2)(I_A \pm \vec{n}\cdot\vec{\sigma}_A)\otimes I_B$.

- El estado final depende del resultado de la medición $\Rightarrow$ al medir el spin $B$ aparecen correlaciones.

# Medición del spin en un estado de Bell

- El estado de Bell $|\beta_{11}\rangle$ puede escribirse:

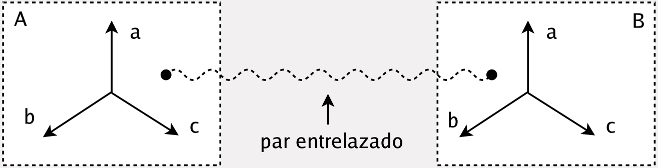
$$|\beta_{11}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_{\vec{n}}\rangle|1_{\vec{n}}\rangle - |1_{\vec{n}}\rangle|0_{\vec{n}}\rangle)$$

  para cualquier dirección $\vec{n}$.

- Esto implica que si medimos el spin $A$ en cualquier dirección y obtenemos $+1$, al medir el spin $B$ en la misma dirección siempre obtendremos $-1$ (y al revés).

# El azar no es producto de la ignorancia

- Experimento: dos spines en el estado $|\beta_{11}\rangle$ son enviados a dos laboratorios distintos, en los que se mide el spin en una de tres direcciones (a 120° entre sí), eligiendo al azar.




- Los dos resultados son distintos con $Prob(A \neq B) = 1/2$.
- Esta probabilidad no puede explicarse pensando que los spines tienen “instrucciones” que no conocemos.