7. Diferencia de Potencial Eléctrico

Teorema del trabajo–energía:

El cambio en la energía potencial es el negativo del trabajo realizado por una fuerza conservativa $\vec{F}$

$$\Delta E_p = -W_f$$

W_{AB}: Trabajo realizado **por** la fuerza conservativa $\vec{F}$ para llevar un objeto desde el punto A, hacia el B

$$W_{AB} = \vec{F} \cdot \vec{\Delta}_{AB}$$

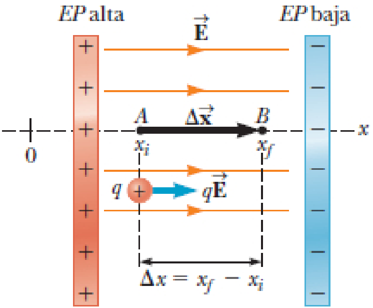
En el caso electrostático:
W_{AB} es el trabajo realizado **por** el campo eléctrico $\vec{E}$ sobre la carga q, para llevarlo desde el punto A, hacia el B

$$W_{AB} = q\,\vec{E} \cdot \vec{\Delta}_{AB}$$

$\vec{E}$ uniforme y paralelo a $\vec{\Delta}_r$

Trabajo:

$$
\begin{aligned}
W_{AB} &= q\,\vec{E}\cdot\vec{\Delta}_{AB} = \\
&= q\,E_x\,\Delta_x = \\
&= q\,E_x\,(x_f - x_i)
\end{aligned}
$$

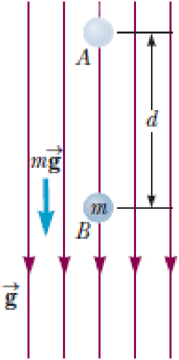


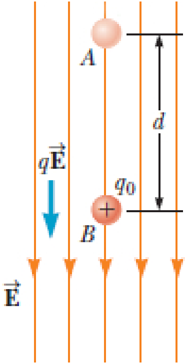
Energía Potencial:

$$\Delta E_p = -W_{AB} = -q\,E_x\,(x_f - x_i)$$

Unidad: Joule (J)

Analogía con Campo Gravitatorio

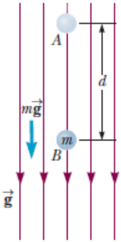


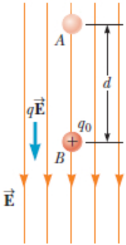


$$\Delta E_p = -\vec{F}\cdot\vec{\Delta} = -mg\cdot d \qquad \Delta E_p = -\vec{F}\cdot\vec{\Delta} = -q\,E\cdot d$$

Analogía con Campo Gravitatorio

$$\Delta E = \Delta E_p + \Delta E_K \quad = \quad 0$$





$$\Delta E_K \quad = \quad mg \cdot d \qquad\qquad \Delta E_K \quad = \quad qE \cdot d$$

ΔE_p en un campo $\vec{E}$ uniforme

Problema 2.16

1. Un protón se libera desde el reposo en $x_i = -2.00$ cm, en un campo eléctrico constante $E_x = 1.50 \times 10^3$ N/C. Calcular el cambio en E_p asociado con el protón, cuando este llega a $x_f = 5.00$ cm.
2. Se dispara un electrón desde x_i con el mismo campo. Calcular ΔE_p, para $x_f = 12.0$ cm.
3. Se invierte la dirección del campo $\vec{E}$. Calcular ΔE_p cuando el electrón se libera en reposo desde $x_i = 3.00$ cm y llega a $x_f = 7.00$ cm.
4. Calcular ΔE_p para un electrón que se dispara hacia $+\hat{x}$ desde $x_i = 0.12$ m y llega a $x_f = -0.18$ m, con el mismo E_x positivo.

ΔE_p en un campo $\vec{E}$ uniforme

Pregunta 2.20

¿ Verdadero o Falso?

1. Un protón pierde energía potencial cuando se mueve en la dirección del campo.
2. Un electrón pierde energía potencial cuando se mueve en la dirección del campo.
3. Cuando un electrón se libera desde el reposo en un campo eléctrico constante, el cambio en energía potencial eléctrica asociada al electrón se vuelve más negativo con el tiempo.
4. Si un electrón se dispara en sentido $+\hat{x}$, y se encuentra sujeto a un campo E_x, este termina desplazándose hacia la izquierda.

Dinámica de Partículas cargadas

Problema 2.17

1. Un protón se libera desde el reposo en $x_i = -2.00$ cm, en un campo eléctrico constante $E_x = 1.50 \times 10^3$ N/C. Calcular la rapidez del protón, cuando este llega a $x_f = 5.00$ cm.
2. Se dispara un electrón desde x_i con el mismo campo. Calcular su rapidez inicial si se sabe que cuando llega a $x_f = 12.0$ cm, esta disminuye a la mitad.
3. Calcular la velocidad final de un electrón sujeto a $E_x = 1.50 \times 10^3$ N/C que se dispara con $v_x = 9.92 \times 10^6$ m/s desde desde $x_i = 0.12$ m y llega a $x_f = -0.18$ m.

Dinámica de Partículas cargadas

Pregunta 2.21

¿ Verdadero o Falso?

1. Los cambios en ΔE_p de los ejercicios anteriores son mucho mayores en los protones que en los electrones.
2. Los cambios en velocidades fueron mayores en los electrones que en los protones.
3. Si un protón y un electrón se mueven bajo el mismo $\vec{E}$ y realizan el mismo desplazamiento, los cambios ΔE_p son iguales para ambas partículas.

Diferencia de Potencial Eléctrico

Así como el campo Eléctrico se define como la fuerza eléctrica dividido la carga, la **Diferencia de Potencial Eléctrico** se define como la diferencia de energía potencial dividido la carga.

$$\Delta V = \frac{\Delta E_p}{q}$$

Unidad: Joule/Coulomb ó Volt

Diferencia de Potencial en $\vec{E}$ uniforme

$$\Delta V = \frac{\Delta E_p}{q} = -\vec{E} \cdot \vec{\Delta}_r$$

Si el desplazamiento se hace en la misma dirección que el campo:

$$\Delta V = V_f - V_i = -E_x \, \Delta_x$$

En este caso el campo E toma unidades N/C = V/m

Diferencia de Potencial

- Si una carga de 1 C, se acelera a través de una diferencia de potencial de 1 V, la energía que adquiere es de 1 J.
- Si un electrón se acelera por una diferencia de potencial de 1 V, la energía que adquiere es 1 eV (electrón–volt).

$$1\ eV = 1.60 \times 10^{-19}\ C\ V = 1.60 \times 10^{-19}\ J$$

Diferencia de Potencial en $\vec{E}$ uniforme

Pregunta 2.22

¿ Verdadero o Falso?

1. Al liberarse desde el reposo, las cargas positivas se aceleran espontáneamente desde regiones de alto potencial eléctrico, a otras de bajo potencial.
2. Al liberarse desde el reposo, las cargas negativas se aceleran espontáneamente desde regiones de alto potencial eléctrico, a otras de bajo potencial.
3. Si a una carga positiva se le proporciona cierta velocidad en la dirección de alto potencial, se mantendrá siempre en esa dirección.
4. Para que una carga negativa se desplace en dirección de un bajo potencial eléctrico, es necesario realizar trabajo.

Diferencia de Potencial

Pregunta 2.23

Una partícula negativa se coloca en un campo de potencial eléctrico que aumenta en la dirección $\hat{x}$. La partícula:

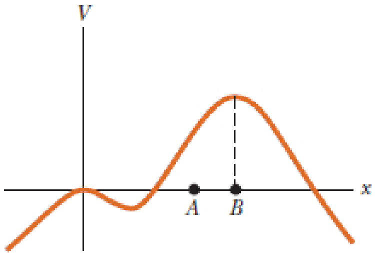
1. Acelerará en la dirección $\hat{x}$.
2. Acelerará en la dirección $-\hat{x}$.
3. Permanecerá en reposo.

Diferencia de Potencial

Pregunta 2.24

Se coloca una carga positiva en A, y el potencial eléctrico V es el de la Figura. La partícula:

1. Se desplazará hacia la derecha.
2. Se desplazará hacia la izquierda.
3. Permanecerá en A.
4. Oscilará en torno a B.

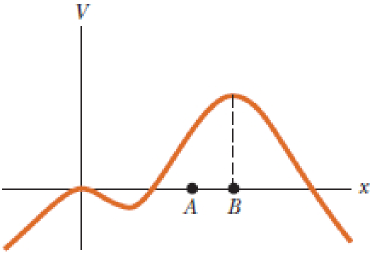


Diferencia de Potencial

Pregunta 2.25

Se coloca una carga negativa en B, sujeta al potencial eléctrico V de la Figura. Se le da un ligero empujón hacia la derecha. La partícula:

1. Se desplazará hacia la derecha y no regresará.
2. Se desplazará finalmente hacia la izquierda.
3. Permanecerá en A.
4. Oscilará en torno a B.
5. Permanecerá en B.

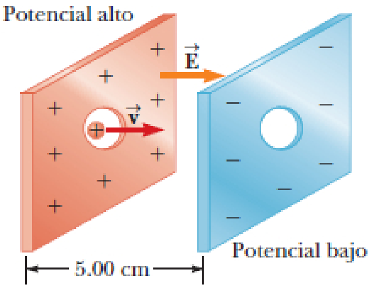


Acelerador Lineal

Problema 2.18

Un protón se inyecta por la placa positiva (ver Figura), con una velocidad $v_i = 1.00 \times 10^6$ m/s. La separación entre las placas es $d = 5.00$ cm. El protón sale por la placa negativa triplicando su velocidad.

1. Calcular la diferencia de potencial entre las placas.
2. Calcular la magnitud del campo eléctrico entre ellas.



Diferencia de Potencial debido a carga puntual

Supongamos una carga puntual q en el origen. El trabajo que se requiere para mover una carga prueba q_e desde el infinito hasta una distancia r es:

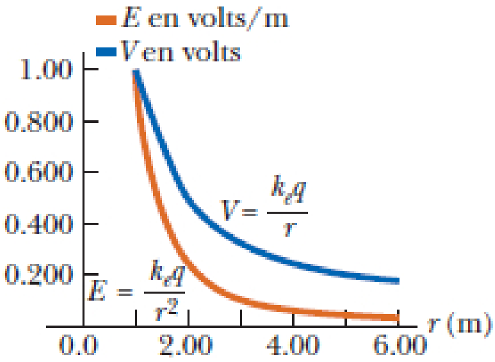
$$W = k_e \frac{q\, q_e}{r}$$

La diferencia de potencial entre estos puntos es

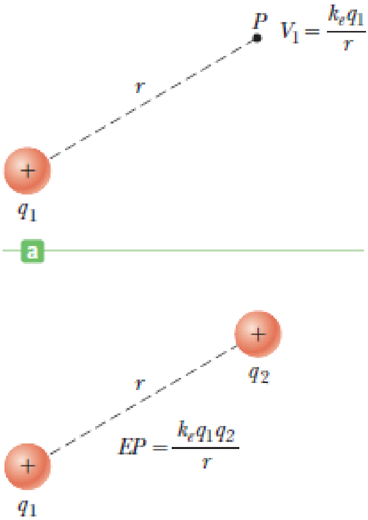
$$\begin{aligned} \Delta V &= V_f - V_i = k_e \frac{q}{r} - k_e \frac{q}{r_\infty} = \\ &= V_f - 0 = k_e \frac{q}{r} \end{aligned}$$

Diferencia de Potencial debido a carga puntual

- E es proporcional a $\frac{1}{r^2}$.
- V es proporcional a $\frac{1}{r}$.



Energía Potencial de un par de cargas



- El potencial V_1 en P, debido a la carga puntual q_1.
- Si se lleva una segunda carga q_2 desde el infinito hasta P, la energía potencial del par es EP.

Potencial debido a cargas

Pregunta 2.26

Considerar una colección de cargas en una región, y un potencial que es cero en infinito. En un punto dado, el potencial es cero. Señalar el enunciado correcto:

1. El campo eléctrico en ese punto es cero.
2. La energía potencial eléctrica es mínima en dicho punto.
3. No hay carga neta en esa región.
4. Algunas cargas en la región son positivas y otras negativas.
5. Las cargas tienen el mismo signo y están ordenadas simétricamente en torno al punto dado.

Potencial debido a cargas

Pregunta 2.27

Un globo esférico contiene una carga positiva en el centro. ¿Cuál de estas situaciones ocurre, a medida que se va inflando el globo?

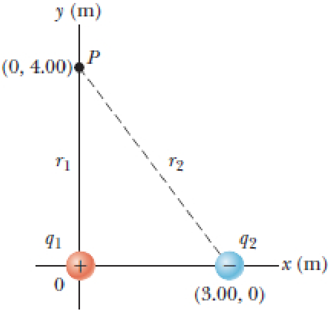
1. Aumenta el potencial eléctrico en la superficie del globo.
2. Aumenta la magnitud del campo eléctrico en la superficie.
3. El flujo eléctrico a través del globo permanece constante.
4. Ninguna de las anteriores.

Potencial Eléctrico

Problema 2.19

Una carga puntual $q_1 = 5.00\ \mu$C se encuentra en el origen, y una carga puntual $q_2 = -2.00\ \mu$C está ubicada en $r = (3.00, 0)$ m. El campo eléctrico en el infinito se considera nulo.

1. Calcular el potencial eléctrico debido a estas cargas en $P = (0, 4.00)$ m.
2. Calcular el trabajo que se requiere para llevar una tercera carga puntual $q_3 = 4.00\ \mu$C, desde el infinito hasta P.



Potenciales y Conductores cargados

Por la definición de potencial eléctrico

$$\Delta V = \frac{\Delta E_p}{q}$$

y por el teorema de trabajo–energía, obtenemos que el trabajo neto para mover una carga entre dos puntos A y B, que están a una diferencia de potencial $\Delta V = V_B - V_A$ es:

$$W = q\Delta V = q\left(V_B - V_A\right)$$

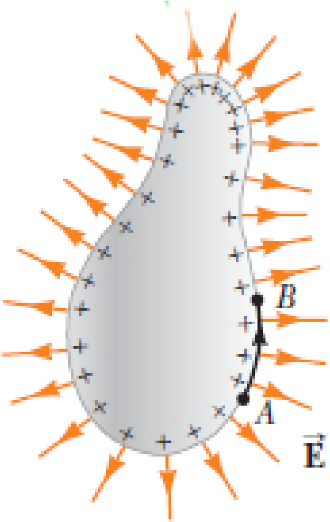
Esto quiere decir que

no se requiere trabajo neto para mover una carga entre dos puntos que están al mismo potencial eléctrico.

Potenciales y Conductores cargados

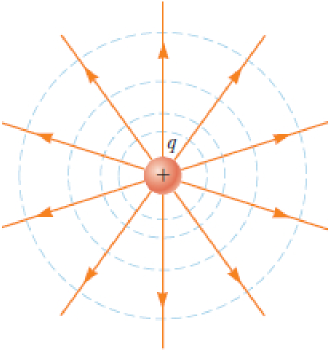
En un conductor cargado:

- Toda la carga reside en la superficie.
- $\vec{E} = 0$ dentro del conductor.
- El campo eléctrico afuera del conductor es perpendicular a la superficie.
- Todos los puntos en la superficie están al mismo potencial eléctrico.
- Todos los puntos en el interior están al mismo potencial que en la superficie.



Superficies Equipotenciales

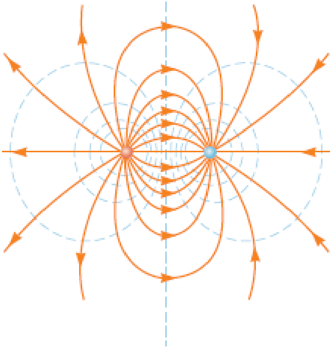
- No se requiere trabajo para mover una carga con rapidez constante sobre una superficie equipotencial.
- El campo eléctrico en cada punto de una superficie equipontencial es perpendicular a la superficie
- Para una carga puntual, $V = k_e \frac{q}{r}$. Por lo tanto, las superficies equipotenciales son esferas.



Superficies Equipotenciales

Problema 2.20

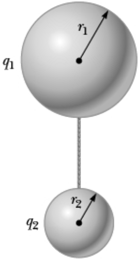
- En un dipolo, se superponen las esferas equipotenciales de cada carga. Graficar estas superficies.



Superficies Equipotenciales

Problema 2.21

La Figura muestra dos conductores esféricos de radios $r_1 = 4$ cm y $r_2 = 2$ cm, separados por una distancia muy grande, y conectados entre ellos por un cable conductor. La esfera mas grande, está cargada con $q_1 = 10\ \mu$C.

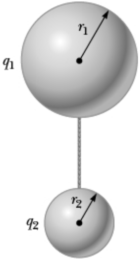


1. Calcular $|E_1|(r_1)$ (el campo eléctrico en la superficie de la esfera 1).
2. Calcular $V_1(r_1)$.
3. Calcular Calcular $V_2(r_2)$.
4. Calcular $|E_2|(r_2)$.

Superficies Equipotenciales

(Solución)

Para este ejercicio hay que tener en cuenta que si las dos esferas estan unidas por un cable conductor, ambas deben tener el mismo potencial eléctrico.



Superficies Equipotenciales

(Solución)

1. $$E_1 = k_e \frac{Q}{(r_1)^2} = 5.6 \times 10^7 \frac{N}{C} \,.$$

2. $$V_1 = k_e \frac{Q}{r_1} = 2.25 \times 10^6 \, V \,.$$

3. $$V_2 = V_1 = 2.25 \times 10^6 \, V \,.$$

   De acá también podemos sacar la carga en la esfera 2

   $$Q_2 = Q_1 \frac{r_2}{r_1} = 5 \times 10^{-6} \, C \,.$$

4. $$E_2 = k_e \frac{Q}{(r_2)^2} = 1.12 \times 10^8 \frac{N}{C} \,.$$

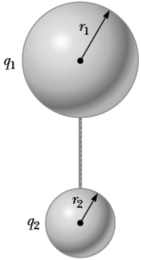
Superficies Equipotenciales

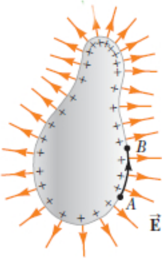
(Solución)

Acá vemos que las superficies que tienen menor radio de curvatura tienen mayor campo eléctrico.

$$E_1 = k_e \frac{Q}{(r_1)^2} = 5.6\times10^7 \, \frac{N}{C} \, .$$

$$E_2 = k_e \frac{Q}{(r_2)^2} = 1.12\times10^8 \, \frac{N}{C} \, .$$

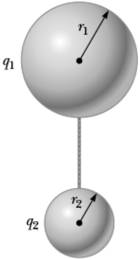




Superficies Equipotenciales

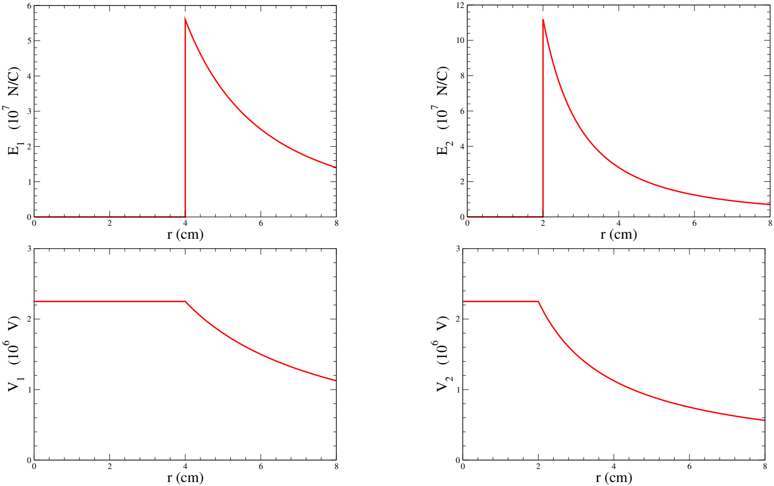
Problema 2.22

1. Dibujar $|E_1|(r)$.
2. Dibujar $|E_2|(r)$.
3. Dibujar $V_1(r)$.
4. Dibujar $V_2(r)$.



Superficies Equipotenciales

(Solución)



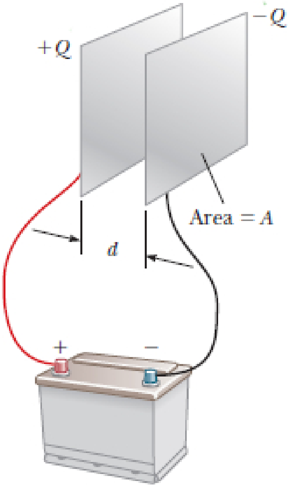
8. Capacitores

Capacidad: Cantidad de carga que puede almacenar en cada placa, a una diferencia de potencial dada.

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta V}$$

Unidades:
Farad (F) = Coulomb por Volt (C/V).

$1\ \mu F = 10^{-6}$ F ; $1\ pF = 10^{-12}$ F.



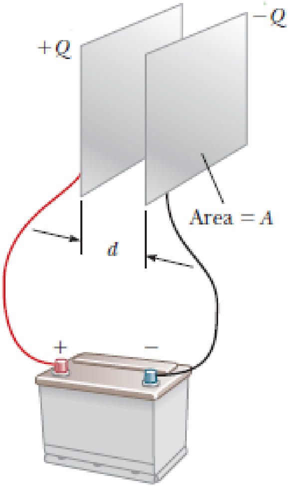
Capacitores

Capacitor de placas paralelas:

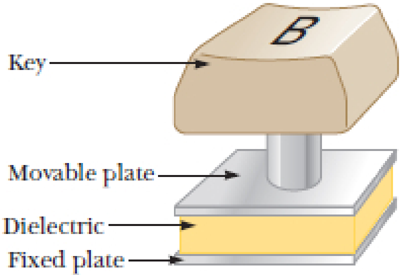
$$C \propto \frac{A}{d} = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

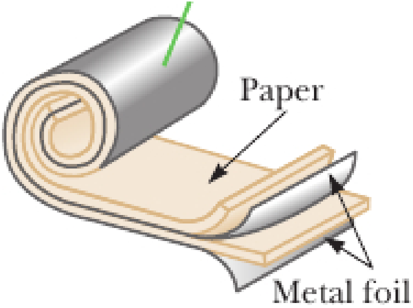
donde

$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k_e} = 8.854 \times 10^-12$ C^2/(N m^2).



Capacitores





Capacitores

Pregunta 2.28

Un capacitor de placas paralelas tiene un área $A = 2.00 \times 10^{-4}$ m^2, y la separación entre sus placas es de $d = 1.00 \times 10^{-3}$ m

1. Calcular su capacidad.
2. Calcular la cantidad de cargas que almacena, si se conecta a una batería de 3.00 V.
3. Calcular la magnitud del campo eléctrico entre sus placas.

Respuestas:

1. $C = 1.77$ pF.
2. $Q = 5.31 \times 10^{-12}$ C.
3. $E = 3.00 \times 10^{3}$ V/m.

Capacitores

Pregunta 2.29

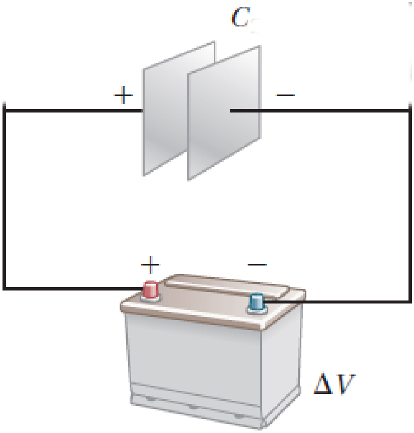
Se quiere construir un capacitor de placas paralelas con un área $A = 3.00 \times 10^{-4}$ m^2, de tal manera que su capacidad sea $C = 1.00$ pF, y que pueda contener una carga $Q = 5.00 \times 10^{-12}$ C.

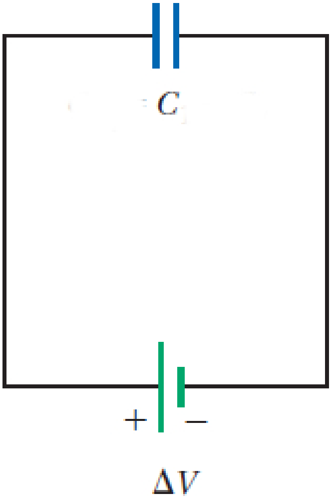
1. Calcular la distancia d entre sus placas.
2. Calcular la magnitud del campo eléctrico entre sus placas.
3. Calcular la diferencia de potencial que debe suministrar la batería para obtener estos resultados.

Respuestas:

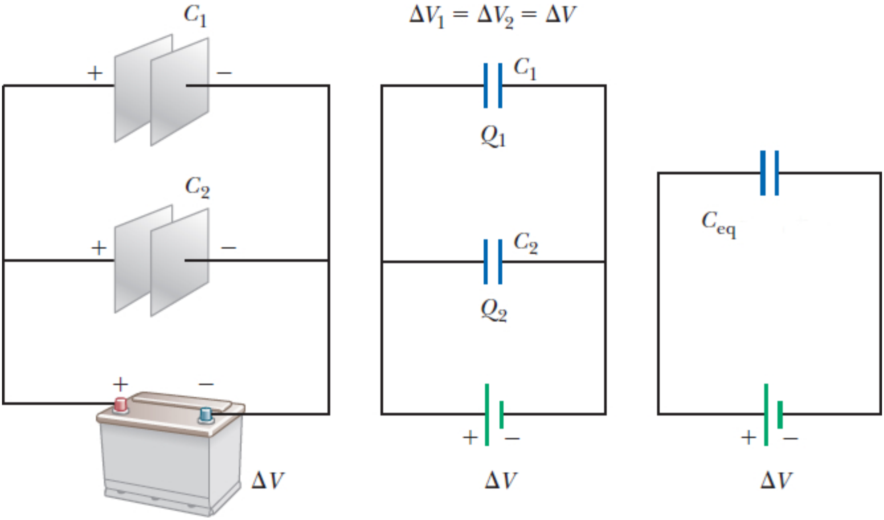
1. $d = 2.66 \times 10^{-3}$ m.
2. $E = 1.89 \times 10^{3}$ N/C.
3. $V = 5.00$ V.

Símbolos





Capacitores en Paralelo



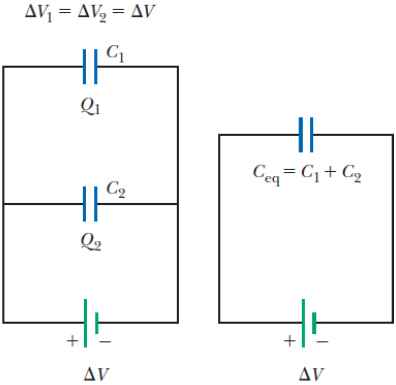
Capacitores en Paralelo

$$Q = Q_1 + Q_2 \equiv C_{eq}\ \Delta V$$

$$\begin{aligned} Q_1 &= C_1\,\Delta V \\ Q_2 &= C_2\,\Delta V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q &= C_1\,\Delta V + C_2\,\Delta V = \\ &= (C_1 + C_2)\,\Delta V \end{aligned}$$

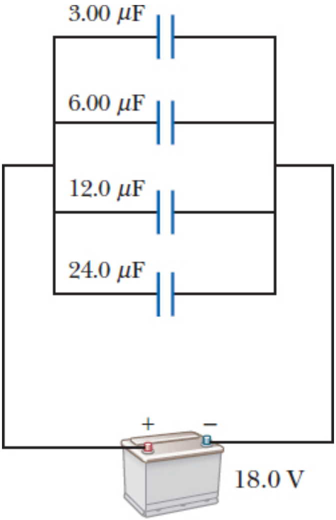
$$C_{eq} = C_1 + C_2$$



$$C_{par} = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + \cdots$$

Capacitores en Paralelo

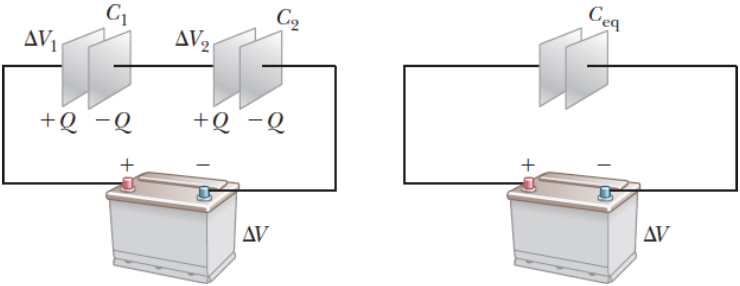
1. Calcular la capacidad equivalente
2. Calcular la carga Q_3 acumulada en el capacitor de 12.0 μF
3. Calcular la carga total acumulada en este sistema
4. Expresar la relación $\frac{Q_i}{Q_{tot}}$



Respuestas:

1. $C_{eq} = 45.0\,\mu$F
2. $Q_3 = 216\,\mu$C
3. $Q_{tot} = 810\,\mu$C
4. $\frac{Q_i}{Q_{tot}} = \frac{C_i}{C_{eq}}$

Capacitores en Serie



Capacitores en Serie

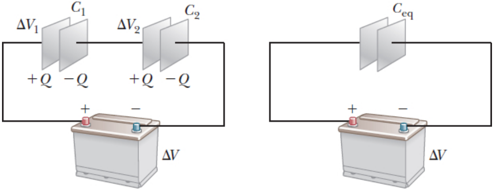
$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 \equiv \frac{Q}{C_{eq}}$$

$$\Delta V_1 = \frac{Q}{C_1}$$

$$\Delta V_2 = \frac{Q}{C_2}$$

$$\Delta V = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = $$

$$= Q(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2})$$

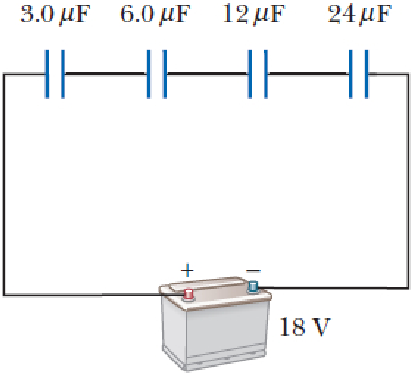


$$\frac{1}{C_{ser}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Capacitores en Serie

1. Calcular la capacidad equivalente
2. Calcular la carga total acumulada en este sistema
3. Calcular la caída del voltaje en el capacitor de 12.0 μF
4. Expresar la relación $\frac{\Delta V_i}{\Delta V_{tot}}$



Respuestas:

1. $C_{eq} = 1.6\,\mu$F
2. $Q_{tot} = 29\,\mu$C
3. $\Delta V_3 = 2.4$ V
4. $\frac{\Delta V_i}{\Delta V_{tot}} = \frac{C_{eq}}{C_i}$

Capacidad Equivalente