



### 2.1 – Importancia de la representación gráfica de datos experimentales

La presentación y análisis de los resultados experimentales debe considerarse como parte integral de los experimentos. Es realmente útil que los datos obtenidos se presenten en un gráfico, donde quede resumida la información para su apreciación y análisis. En la mayoría de los casos un gráfico es más útil que una tabla de valores, especialmente en los casos en que:

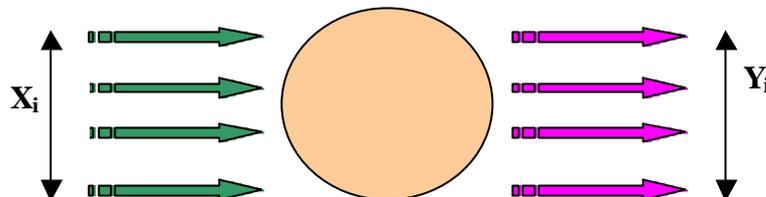
- Los experimentos se llevan a cabo midiendo una variable  $Y$  en función de otra  $X$  que se varía independientemente y se quiere interpretar la relación funcional entre ellas. Por ejemplo: medición del período de un péndulo en función de su longitud; medición de la caída de potencial en un alambre en función de la corriente aplicada; etc.
- Interesa estudiar si dos variables mantienen una correlación (causal o no) y cómo es esta vinculación o grado de interdependencia. Por ejemplo: estudio de la relación entre el peso y la altura de personas; relación entre la velocidad máxima que alcanza un velero y su extensión desde proa a popa; etc.

Se trata, en primera instancia, de que la información que se quiere representar quede expuesta de una manera lo suficientemente clara y explícita como para que la representación gráfica “hable por sí sola”. Lo importante es que un gráfico debe servir para un posterior tratamiento de los datos, que lleve a inferir las leyes subyacentes en ellos y ahondar así en las posibles implicaciones y generalizaciones de los resultados obtenidos en los experimentos.

Como elemento ordenador de la información colectada en un experimento, un gráfico debe construirse sobre la base de una elección adecuada tanto de las variables como de las escalas. Dado que los experimentos propuestos en este libro están pensados para estudiar la fenomenología de numerosos problemas de la física, en este capítulo presentaremos las bases que nos ayuden a efectuar una adecuada representación gráfica de los datos experimentales. Comentaremos diversas opciones que se presentan y sobre algunos métodos numéricos de utilidad para el tratamiento general de los datos.

## 2.2 – Elección de las variables

De una manera muy general, cuando estudiamos un sistema cualquiera, tratamos de obtener las variaciones o respuestas del sistema ante ciertas perturbaciones que podemos aplicarle de manera controlada. La Fig. 2.1 representa esquemáticamente un sistema bajo estudio.



**Figura 2.1** Representación esquemática de un sistema al que se estudia las respuestas  $Y_i$  cuando se varía el conjunto de variables  $X_i$ .

Hemos llamado  $X_i$  a las “variables de entrada” o “variables independientes” que podemos controlar y variar. Ante los cambios de  $X_i$ , el sistema revela sus características o comportamientos a través de los cambios que sufren las variables  $Y_i$ , que pueden llamarse las “variables de salida” o “variables dependientes”. Por simplicidad, toda vez que queramos estudiar un sistema, será más útil que nos concentremos en la respuesta de una de las variables de salida ante las variaciones de sólo una de las variables de entrada, lo que es una situación muy común en un experimento. Las ideas aquí expuestas pueden fácilmente generalizarse a sistemas de mayor complejidad. En lo que sigue nos apoyaremos en algunas relaciones funcionales simples con las que nos encontramos a menudo en el trabajo en el laboratorio y las usaremos para ejemplificar las ideas básicas.

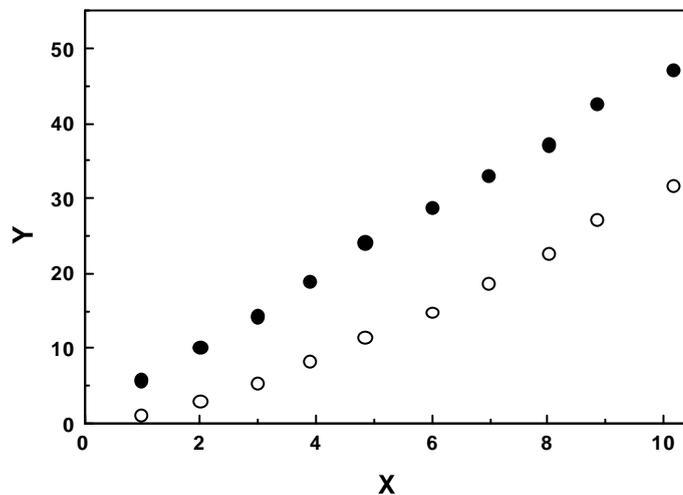
### 2.2.1 – Relación lineal

Una relación entre las variables  $X$  e  $Y$  del tipo:

$$Y = a \cdot X + b \quad (2.1)$$

es tal vez la más simple de todas. La representación gráfica de (2.1) de  $Y(X)$  arrojaría una línea recta, de pendiente  $a$  y que corta al eje vertical en  $b$  (ordenada al origen). Esta dependencia de  $Y$  con  $X$  se llama una relación lineal ente  $X$  e  $Y$ . La recta es la forma geométrica más simple en dos dimensiones. Al mismo tiempo, una relación lineal entre dos variables cualesquiera es más fácil de ser identificada a simple vista. No sería una exageración afirmar que éste es el único caso en que esta discriminación puede hacerse a simple vista. Entre una recta y una curva nuestro ojo siempre notará la diferencia, pero no discriminará a la función que define la curva. Probemos esto con la ayuda de la figura 2.1.

En la figura 2.1 están representadas dos series de datos. Intentemos inferir cualitativamente cuál de las series puede aproximarse por una relación lineal entre las variables  $X$  e  $Y$ . Para esto usemos una regla práctica: llevemos el papel hasta el nivel de nuestros ojos (podemos cerrar uno como cuando hacemos puntería) y veamos si los puntos se ven alineados. Este tipo de toma de decisión no debe desdeñarse en el momento de analizar datos experimentales. La decisión de aceptar o no una relación lineal entre las variables debe ser tomada por el experimentador, ya sea se espere o no una vinculación lineal entre las variables en juego. Una vez que decidimos que los datos “caen sobre una recta”, recién podremos estimar los parámetros (pendiente y ordenada al origen) de la *mejor recta* que aproxime la relación funcional: O bien podemos dibujar criteriosamente esa mejor recta y definirle los valores de la pendiente y la ordenada al origen, o usar métodos numéricos más generales para encontrarlos, como veremos más adelante.



**Figura 2.1:** Representación de dos series de datos. ¿Cuál aproxima mejor una relación entre las variables,  $Y \propto X$  ?

### 2.2.2 - Función potencial

Supongamos que medimos pares de valores  $(X,Y)$  y tenemos conocimiento que la relación funcional que los vincula es del tipo

$$Y = aX^c \quad (2.2)$$

donde  $a$  y  $c$  son constantes. Esta forma funcional potencial es muy común en las ciencias puesto que sirve como aproximación del comportamiento en una gran variedad de casos. En biología, por ejemplo, la Ec. (2.1) tiene el nombre particular de “ecuación alométrica”.

La constante  $c$  suele llamarse “exponente de escala” y define la escala de variación de  $Y$  según varía  $X$ . Esto es, si  $X$  se multiplica por un factor  $f$ ,  $Y$  cambiará consecuentemente  $f^c$  veces.

El significado físico de la constante  $a$  es el de representar el valor que toma  $Y$  cuando  $X$  vale la unidad. La dimensión de  $a$  es tal que da homogeneidad dimensional a la ecuación.

 **Entendiendo a las ecuaciones** - Parece ser que el peso de los dinosaurios  $P$  estaba bien correlacionado con la longitud  $l$  de los animales medida desde la cabeza a la cola, según

$$P = P_0 l^3$$

Leamos esta fórmula: El significado de  $P_0$  es que representa el peso de un dinosaurio de “largo unidad”. Por tanto, si la unidad elegida para la longitud es el metro y para el peso es el Newton,  $P_0$  representa cuántos Newton pesaba un animal de largo igual a 1 m. La *unidad* de  $P_0$  será tal que se igualen las unidades de los dos miembros de la ecuación. En este caso,  $P_0$  tendrá la unidad  $\text{N} / \text{m}^3$ . Sin embargo, es claro que  $P_0$  no es la densidad de los animales, a pesar de su unidad, puesto que  $l^3$  no es el volumen. Notemos que el valor de  $P_0$  cambiará si se eligen otras unidades de medición. Por ejemplo, si el peso se midiera en dinas y la longitud en cm,  $P_0$  adoptaría un nuevo valor, que sería  $P_0^* (\text{dina} / \text{cm}^3) = 10^{-1} P_0 (\text{N} / \text{m}^3)$ , a lo que se arriba tras pasar de Newton a dina y de metros a centímetros.

De manera más general, y sin recurrir a unidades particulares, podemos analizar cuál es la *dimensión* de  $P_0$ . Si usamos corchetes [...] para representar la dimensión de una cantidad,

entonces  $[P_0] = \frac{[P]}{[l]^3}$ . Escribamos esta relación dimensional en términos de las

dimensiones fundamentales masa, longitud y tiempo, a las que llamaremos M, L y T,

respectivamente. Dado que  $[P] = [mg] = [m][g] = M \frac{L}{T^2}$ , resulta, luego de simplificar:

$$[P_0] = ML^{-2}T^{-2}.$$

Este tipo de análisis puede usarse como prueba de consistencia de una fórmula complicada; o bien, para determinar la dimensión de alguna variable introducida en un problema particular.

 La cantidad de potencia  $\dot{Q}$  irradiada por unidad de área por un cuerpo negro que está a la temperatura absoluta  $T$  está dada por la ley de Stefan-Boltzman

$$\dot{Q} = \mathbf{s} T^4$$

donde  $\mathbf{s} = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W} / \text{m}^2 \text{ K}^4$  es la constante de Stefan-Boltzman. a) Analice cuál es el significado físico de  $\mathbf{s}$  b) Si el cuerpo negro estuviera a la temperatura de 2 K, ¿cuánto más irradiaría respecto a cuando se mantiene a 1 K? c) ¿A qué temperatura irradiará 25 veces más que a 2 K?

Si representáramos los datos medidos  $Y$  en función de  $X$  relacionados por una expresión como (2.2), lo que obtendríamos, en el caso en que  $c \neq 1$ , sería una curva. De nuestro análisis cualitativo del gráfico observaremos una curva “cóncava hacia arriba” si  $c > 1$ , mientras que si  $c < 1$ , la curva se verá “cóncava hacia abajo”. Lo que cualquiera de los casos precedentes significa es que una variación de la variable  $X$  a un dado ritmo, hace que la variable  $Y$  cambie a un ritmo distinto: más rápido si  $c > 1$ , más lento si  $c < 1$ . Esta observación cualitativa (en términos de “más rápido” o “más lento”) bien puede ser buena en una gran variedad de casos de interés en el laboratorio cuando estemos interesados en descripciones generales de algún fenómeno.

## 2.3 – Transformación de variables

Si en la Ec. (2.2) transformamos las variables haciendo el cambio

$$X^* = X^c \quad Y^* = Y$$

—toda vez que conozcamos el exponente  $c$ — y representamos las nuevas variables  $(X^*, Y^*) = (X^c, Y)$ , lo que obtenemos es una relación lineal entre las *variables transformadas* y decimos que hemos *linealizado* la representación gráfica. En este caso hemos transformamos la variable  $X$ , pero bien podríamos haber optado por el cambio en la variable dependiente  $Y$ , o sea,

$$X^* = X \quad Y^* = Y^{1/c}$$

y también habríamos obtenido una relación lineal entre las nuevas variables representadas  $(X^*, Y^*) = (X, Y^{1/c})$ .

Está claro que lo anterior es inmediato de realizar si conocemos el valor del exponente  $c$ . Además, observamos que un gráfico linealizado nos da el valor de la constante  $a$  [ver Ec. (2.2)] si evaluamos la pendiente de la recta que resulta.



Se mide el período  $T$  de un péndulo simple para distintas longitudes  $L$ . En el caso de pequeñas amplitudes de oscilación, ambas variables están relacionadas por

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

donde  $g$  es la aceleración de la gravedad. La relación es del tipo

$$T = aL^c$$

$$\text{con } a = \frac{2\mathbf{p}}{\sqrt{g}} \text{ y } c = \frac{1}{2}.$$

Si aceptamos que el exponente  $c = \frac{1}{2}$ , de un gráfico  $T$  versus  $L^c$  evaluamos la constante  $a$ , de donde podremos obtener el valor de la aceleración gravitatoria  $g$ . Es de esperar que resulte una recta que pase por el origen de coordenadas, dado que un péndulo de longitud nula tiene que tener un período de oscilación nulo.

---

En el caso más general, supongamos que no conocemos a  $a$  ni a  $c$ , y que ambas constantes deben encontrarse como resultado de la investigación llevada a cabo con el experimentos. Entonces, ¿cómo graficar?

Para facilitar la tarea de encontrar tanto el exponente de escala  $c$  como la constante  $a$ , es conveniente representar  $\log(Y)$  versus  $\log(X)$ . Esto queda claro si transformamos nuestra ecuación original más general  $Y = aX^c$ , sacándole el logaritmo a ambos miembros

$$\log(Y) = \log(aX^c) \quad (2.3)$$

$$\log(Y) = \log(a) + \log(X^c) \quad (2.4)$$

$$\log(Y) = \log(a) + c \cdot \log(X) \quad (2.5)$$

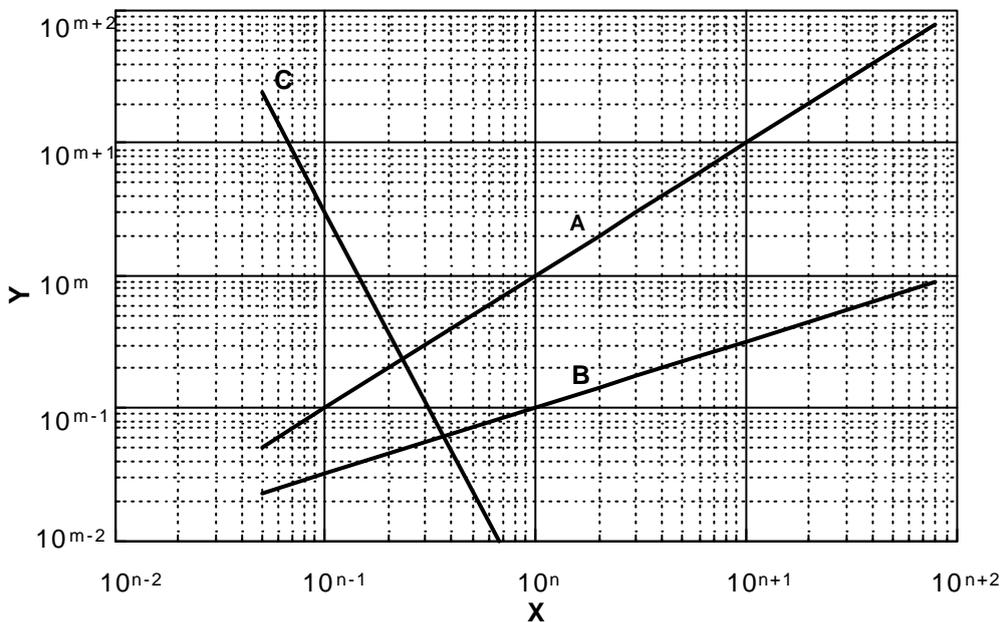
Comparando esta última expresión con un gráfico de  $\log(Y)$  en función de  $\log(X)$  podremos ver que la ecuación representa una recta que tiene pendiente  $c$  y ordenada al origen igual a  $\log(a)$ .

Este tipo de representación gráfica es extremadamente útil cuando se analizan ecuaciones algebraicas, se estudian correlaciones, leyes de crecimiento, etc. En la práctica no es necesario tomar los logaritmos de los datos, sino representarlos en escalas logarítmicas, para lo cual ya existen papeles especialmente diseñados para realizar estos gráficos como veremos en la siguiente sección. Así mismo casi todos los buenos paquetes de graficación usando computadora, brindan la posibilidad de representar los datos en escalas lineales (las normales) o logarítmicas.

## 2.4 – Elección de las escalas

Hemos visto cómo elegir las variables con el fin de lograr la mejor representación llevando el caso al de una relación lineal. Lo que hemos propuesto es la transformación de las variables y la representación de las nuevas. Una manera alternativa de análisis es recurrir a gráficos en los que sus ejes tengan escalas logarítmicas. Retomando el ejemplo del caso de variables  $X, Y$  relacionadas por la función potencial

$$Y = aX^c,$$



**Figura 2.2:** Ejemplo de un gráfico con escalas logarítmicas.

en vez de recurrir a un gráfico  $\log(Y)$  en función de  $\log(X)$ , podemos representar directamente los pares de valores  $(X, Y)$  en un gráfico donde sus dos ejes contengan escalas logarítmicas [ver figura 2.2].

Un gráfico doble-logarítmico como el de la figura 2.2 también es llamado “gráfico *log-log*”. La posición de las grillas más gruesas identifica un valor igual a una potencia de 10. Por lo tanto, en cada eje, el espacio entre esas grillas representa una década de variación de las variables, es decir, entre  $10^n$  y  $10^{n+1}$ , cualquiera sea  $n$ . Las ocho grillas intermedias indexan los valores  $k \times 10^n$ ,  $k = 2, 3, 4, \dots, 9$ .

Esto hace muy simple la construcción de ejes en escalas logarítmicas. Esto requiere marcar intervalos fijos a distancias 1, 10, 100, 1000, ... ( $10^0, 10^1, 10^2, 10^3, \dots$ ). Si los

datos a representar no cubren un rango tan amplio de valores, los intervalos pueden realizarse a distancias de 1, 2, 4, 8, 16, 32, ... ( $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, \dots$ ).

Observando la figura 2.2 podemos advertir que las escalas logarítmicas son “más democráticas” que las lineales, puesto que dejan ocupar el mismo espacio en el gráfico a los intervalos entre décadas entre valores “pequeños” que el espacio ocupado por los intervalos entre décadas entre valores “grandes”; podemos ver, por ejemplo, que el lugar reservado para los valores entre  $10^{-5}$  y  $10^{-4}$  es idéntico al reservado para el intervalo  $10^8$  y  $10^9$ .

Si las variables  $X$  e  $Y$  se representan ambas en escalas logarítmicas, la función potencial de la Ec. (2.2) quedará representada por una recta cuya pendiente es  $c$  y cuya ordenada al origen es  $ord = \log(a)$ , por lo que  $a = 10^{ord}$ .

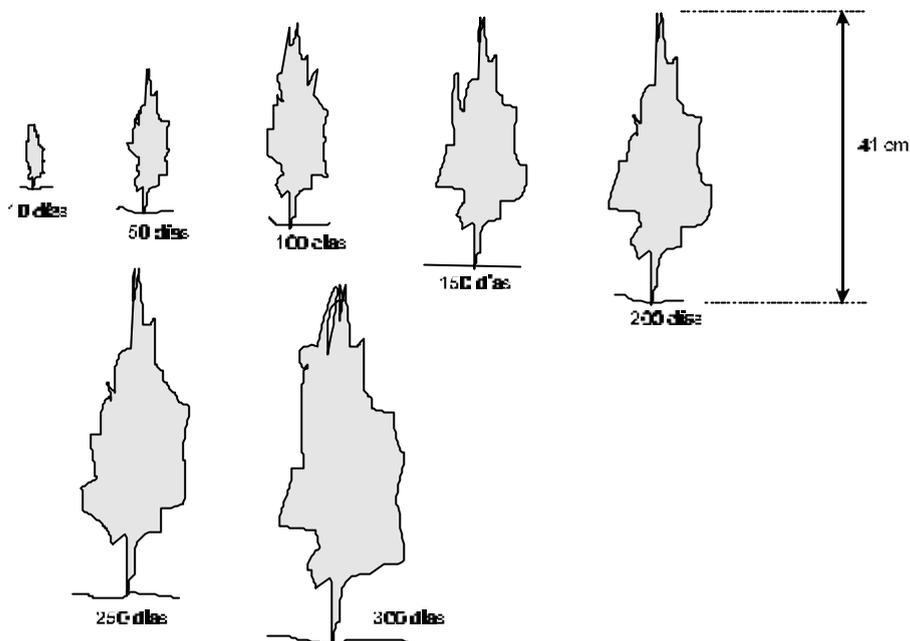
A su vez, si los datos  $(X, Y)$  representados en este tipo de gráfico (*log-log*) siguen una relación lineal, podemos inferir que  $Y \propto X^c$ , descubriendo en este caso la ley subyacente. Para calcular directamente del gráfico el valor de  $c$ , hay que contar cuántas décadas varía  $Y$  cuando  $X$  varía una. En el ejemplo de la figura 2.2, la línea A tiene pendiente  $c = 1$ , por tanto  $Y \propto X$ . Para la línea B,  $c = \frac{1}{2}$ , por lo tanto,  $Y \propto \sqrt{X}$ .

¿Cuál es la pendiente de la recta C?

Esta representación usualmente se hacía usando un papel especial (papel logarítmico), que, dicho sea de paso, aun se consigue en las librerías o en laboratorio de investigación de cierta antigüedad que conservan algunas muestras. Con las ventajas que ofrecen hoy en día los programas de computadora (Origin, Excel, etc.), este tipo de representación puede realizarse de manera inmediata para sacar mayor provecho al análisis de los datos experimentales.

---

🔗 Descubriendo una ley de crecimiento - ¿A qué velocidad crecen los árboles de esta especie hipotética? ¿Qué altura tendrá un árbol al cabo de un año? Desafío: no usar calculadora ni computadora.



**Sugerencia:** Con una regla mida la altura de cada uno de estos árboles y grafique la altura de los mismos como función de su edad. Elija las escalas más apropiadas para descubrir la “ley de crecimiento” de esta especie.

---

## 2.5 – Aplicaciones de gráficos log-log

Hay una gran variedad de casos donde es sumamente útil la representación gráfica usando escalas logarítmicas. En cierta manera, es a lo que recurre un *experimentador* de inmediato cuando quiere darse cuenta de “la forma de la ley que siguen sus datos”. Efectivamente, es una manera rápida y eficiente de evaluar las tendencias de los resultados y dar un primer paso en el análisis. También es útil recurrir a estas escalas en los casos en los que el rango de valores es muy amplio y los datos que manejamos varían en varias órdenes de magnitud.

### Amplio margen de valores

Como ejemplo podemos citar el problema de investigar si existe correlación entre el calor metabólico producido por mamíferos, analizando datos provenientes de experimentos que involucren desde ratones, con pesos de unas decenas de gramos ( $\approx 10$  g), hasta elefantes que pesan varias toneladas ( $\approx 10^6$  g), incluyendo especies de tamaños intermedios, como gatos ( $\approx 10^3$  g), monos ( $\approx 10^4$  g), etc. Es claro que si en un gráfico “Calor – Peso” usamos una escala lineal para el peso, la necesidad de incluir semejante margen de valores –entre 0 g y  $10^6$  g– tendrá como ingrata consecuencia el “amontonamiento”, cerca del origen de coordenadas, de los datos de las especies más

pequeñas. La elección de una escala logarítmica en el eje del peso eliminaría inmediatamente tal inconveniente.

### Relación entre magnitudes

En una situación usual en el laboratorio, podríamos estar interesados en saber si una muestra conductora puede describirse como un conductor óhmico. Si hacemos circular una corriente eléctrica  $I$  por la muestra y medimos la diferencia de potencial  $V$  que se produce, y repetimos este procedimiento para varios valores de la intensidad de la corriente, tendremos los datos  $V - I$  para llevar a un gráfico. En primera instancia, un gráfico con escalas lineales sirve para abrir el juego. Aquí caben varias posibilidades. Una de ellas es usar nuestro ojo, como ya comentamos, y decidir si la relación entre  $V$  e  $I$  puede considerarse lineal, lo que nos diría que el material conductor es óhmico. Pero supongamos que queremos ir más allá. Si verdaderamente el conductor es óhmico, un gráfico  $\log$ - $\log$  en las variables  $V$  e  $I$  debería resultar lineal y, lo que es más importante, la pendiente de la recta debería ser igual a uno (el exponente de  $I$  es uno).

### Detección de posibles errores sistemáticos

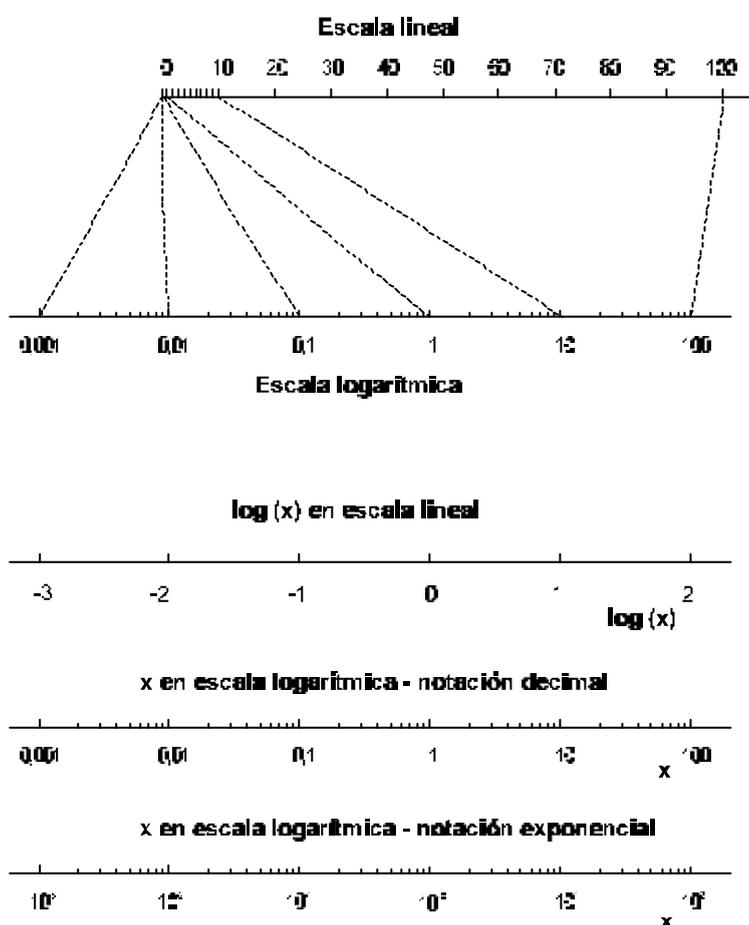
Toda vez que se mide una magnitud con un error sistemático, los valores medidos difieren de los “reales” en una cantidad fija. La pericia del experimentador es clave para evaluar las correcciones necesarias de estos datos afectados sistemáticamente por un error de medición. Un ejemplo común es el *error de cero* de los instrumentos de aguja. El ejemplo más familiar es el de una balanza de farmacia que, dado su desgaste, indica 1 kg. aun cuando nadie está de pie en la plataforma (a veces, este error de medición aporta consuelo cuando nos pesamos en una buena balanza). En el laboratorio, el error de cero suele aparecer en instrumentos de mediciones eléctricas o cronómetros de aguja. Si con uno de estos instrumentos defectuosos medimos la variable  $Y$  en función de otra  $X$ , un gráfico  $Y(X)$  resultará desplazado en la vertical una cantidad  $dY$  igual al error sistemático de cada punto  $Y$ . Si la relación entre estas variables fuese lineal del tipo  $Y = a \cdot X$ , la presencia de tal desplazamiento sistemático llevará a que aparezca una ordenada al origen espuria. Es decir, cuando  $X=0$ , tenemos  $Y=dY$ , en vez de  $Y=0$ . En un gráfico  $\log$ - $\log$  de  $Y(X)$  la desviación de la curva resultante de la recta esperada *sin ordenada al origen* se descubre con facilidad y ayuda a la corrección de los datos. En ese sentido es interesante notar que si tenemos una relación entre las variables  $X$  e  $Y$  de la forma  $Y = a \cdot X^c + b$ , si representamos  $X$  en función de  $Y$  en escala  $\log$ - $\log$  esta vez no obtenemos una recta.

### Búsqueda de posibles correlaciones entre variables

Puede obtenerse mucha información cualitativa de un experimento si se conocen las proporcionalidades entre las variables involucradas. En este sentido podemos aprovechar un gráfico  $\log$ - $\log$  para pronosticar tendencias. Podría ser deseable “anticiparnos” al resultado de un experimento –más aun si es caro o de largo aliento–, estableciendo las leyes de escala entre las variables, para así saber cómo varía la variable de salida  $Y$  frente a un cambio de la variable de entrada  $X$ . Esto redundaría en mejoras sobre la marcha de nuestros diseños y estrategias experimentales.

## 2.6 – Comparación de los distintos tipos de escalas

La figura 2.3 completa la descripción comparativa de los distintos tipos de escalas y sugiere diferentes notaciones para indexar los ejes. Debe quedar claro la diferencia que existe entre representar los valores de una variable en escala logarítmica, y representar el logaritmo del valor en escala lineal. También notamos que ni el valor cero ni los valores negativos pueden representarse en escala logarítmica. Esto no representa una dificultad a la hora del análisis de datos usando esta escala, ya que, por cierto, los resultados de mediciones de laboratorio (longitudes, tiempos, masas, módulo de velocidades y aceleraciones) caen siempre en el intervalo de los números reales positivos. En caso que la variable sea intrínsecamente negativa, por ejemplo una temperatura bajo cero en la escala Celsius, el valor de una deuda, etc. Siempre es posible definir una nueva variable igual a la variable original pero cambiada de signo y continuar el análisis como antes.



**Figura 3:** una comparación entre las distintas escalas que podemos usar. Nótese la diferencia entre representar el logaritmo de los valores en una escala lineal y representarlos directamente en escala logarítmica. ¿Dónde está el cero en una escala logarítmica?

---

 **Quando conviene usar escalas logarítmicas** - Se mide la propiedad  $\Sigma$  de 100 ml de un líquido puro. Luego se lo diluye en agua al 10% y se repite la medición. La solución se diluye otra vez al 10% y se mide de nuevo. La operación se repite cuatro veces más. Para cada muestra se obtiene  $\Sigma = 1$  (líquido puro), 1.02, 1.04, 1.08, 1.24, 1.59, 1.95 (en unidades arbitrarias). Representar en un gráfico apropiado el resultado del experimento.

 **Gráfico de Arrhenius** - Se mide la variable  $Y$  en función de la temperatura  $T$ . Proponer variables y escalas adecuadas que ayuden a discernir por medio de un gráfico si  $Y(T)$  sigue la relación de Arrhenius

$$Y = f_0 \cdot e^{-\frac{U_0}{k_B T}}$$

Describir un procedimiento para obtener los parámetros  $f_0$  y  $U_0$ . ¿Cuál es la dimensión de  $f_0$  y  $U_0$ ?  $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$  es la constante de Boltzman.

 La magnetización  $M$  de un material varía con el tiempo  $t$  según

$$M = M_0 \ln(t/t_0)$$

Proponga un tipo de gráfico que linealice la relación  $M(t)$ . ¿Cómo se procede para obtener  $M_0$ ? ¿Cuál es el significado físico de  $M_0$ ?  $t_0$  es una constante.

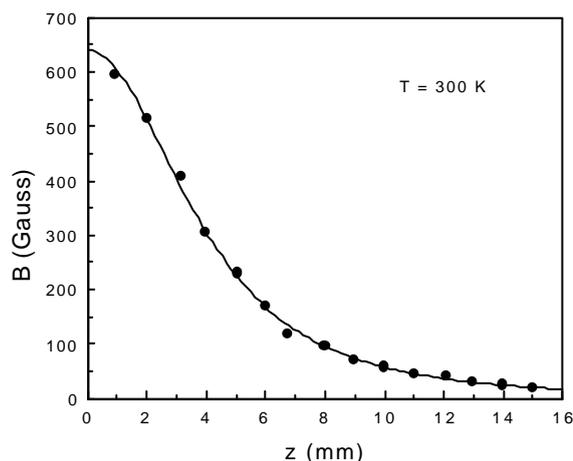
 La imposibilidad de alcanzar físicamente el cero absoluto de temperatura ha cautivado la atención de los hombres de ciencia. Una manera de hacer una analogía de esta imposibilidad la ofrecen los físicos que estudian propiedades de la materia a bajas temperaturas, combinando temperatura con dinero.

- Imaginemos un cuerpo que está inicialmente a la temperatura de 100K y que cuesta \$1 reducirle la temperatura 10K. Cuando está a 90K nos cuesta \$1 llevarlo a 80K, y otro peso para llevarlo a 70K, y así sucesivamente. Con este procedimiento, ¿cuánto cuesta enfriarlo hasta el cero absoluto?
- Ahora consideremos el mismo cuerpo a la temperatura inicial de 100K. Pero el procedimiento de enfriamiento consiste en pagar \$1 para llevarlo a 10K. Cuando está a 10K nos cuesta \$1 para llevarlo a 1K, y otro peso para que alcance 0.1K, y así sucesivamente. Con este procedimiento, ¿cuál es el costo de enfriarlo hasta el cero absoluto?

## 2.7 – Diseño de gráficos

Los programas de representación gráfica disponibles en las computadoras incluyen entre sus opciones el diseño de gráficos usando los distintos tipos de escalas mencionadas en este capítulo. Pero, ya sea que el gráfico vaya a realizarse usando estos programas o a mano, es conveniente considerar algunos “trucos del buen dibujante” para que la información contenida en el dibujo adquiera la relevancia que le corresponde. Es así que, además de la correcta elección de las variables y de las escalas, un gráfico adquirirá una mejor presentación si se cuidan algunos detalles:

- Identificación de los ejes con rótulos bien ubicados que digan qué variables se representan y en qué unidades se miden.
- Uso de símbolos que ubiquen los datos (cuadrados, círculos, rombos, etc.), en lo posible con sus incertidumbres (barras); que haya una diferenciación de distintas series de datos cuando se presenten varios resultados, para lo que es recomendable el uso de diferentes símbolos.
- Inclusión de un epígrafe, que es un texto descriptivo de lo que está representado en el gráfico y que además puede manifestar información adicional importante.
- Carteles interiores al gráfico, con información complementaria relevante para entender en qué contexto se muestran los datos o sobre las condiciones experimentales particulares bajo las que se los han obtenido.
- Una clara diferenciación entre lo que es propio del resultado experimental del trabajo y lo que corresponde a una comparación con una teoría o modelo propuesto (por ejemplo, usar líneas continuas) o a resultados extraídos de otras fuentes.



**Figura 4:** Ejemplo de gráfico. Campo magnético axial de un imán de Ne-Fe-B a temperatura ambiente medido con una sonda de efecto Hall. La línea es un ajuste de los datos usando una teoría pertinente.

## 2.8 – Actividades propuestas

### Actividad 1

#### Isometría y alometría

La ecuación  $Y = aX^c$  se conoce en biología como *ecuación alométrica*. En el caso especial de  $c = 1$  se dice que  $X$  e  $Y$  crecen *isométricamente* (*iso* = igual, *métrico* = medida). Si  $c \neq 1$ ,  $X$  e  $Y$  crecen *alométricamente* (*allo* = distinto).

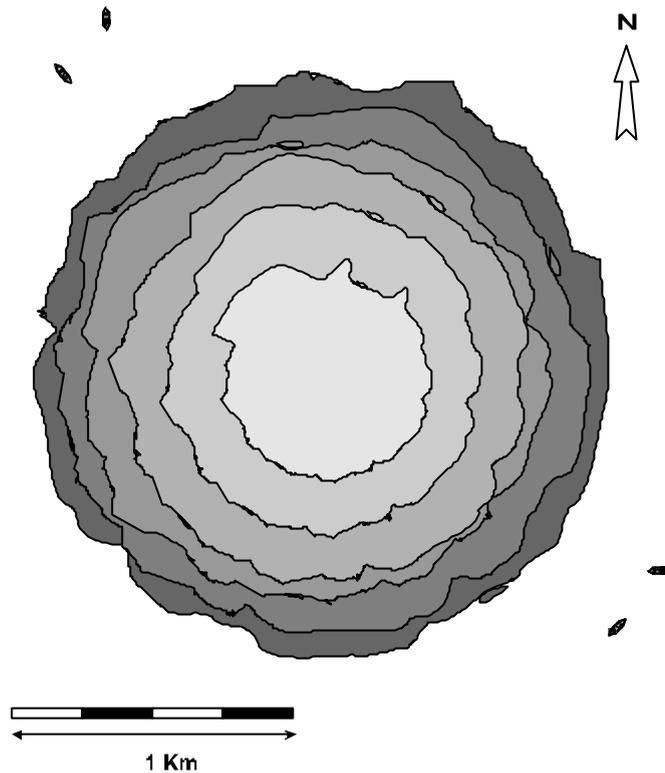
- Considere experimentalmente el problema de determinar cómo crece el largo del brazo de las personas a medida que crece la talla. Para ello solicite a varios amigos, parientes y profesores que se presten para el experimento y mídale la altura y el largo del brazo. Lleve sus resultados a un gráfico y de sus mediciones concluya sobre el tipo de crecimiento. Si cree que sus conclusiones están condicionadas por el margen de valores obtenidos de la *muestra* (por ejemplo, si consideró sólo personas adultas), extienda sus mediciones a niños/as (hermanitos/as, primitos/as).
- Los pediatras y médicos clínicos tienen gráficos y tablas del crecimiento normal de las personas como función de la edad. Consiga uno de estos gráficos y trate de determinar la ley de crecimiento de las personas en función del tiempo.

### Actividad 2

#### “Un problema ecológico”

Un oleoducto se rompe en el mar, y el derrame de petróleo se extiende mientras la rotura no se arregla. Desde un avión se toman fotografías cada día. En la figura 5 se muestra una secuencia de fotografías diaria superpuestas. A Ud. lo contratan para que defina cómo varía “el radio” de la mancha en función de los días que transcurren (un día → un tono).

- Defina con un criterio razonable la extensión de la mancha. Un parámetro que caracteriza la extensión podría ser el diámetro de la mancha.
- Mida la extensión de la mancha y evalúe el error de la determinación. ¿Cuál es la fuente de error más importante en la determinación del diámetro, la apreciación de los instrumentos, la interacción o la definición del diámetro ?
- Represente en escalas adecuadas el radio de la mancha como función de los días.
- Obtenga a partir de sus datos una “ley de crecimiento” de la mancha.



**Figura 5:** Fotografías de la mancha de petróleo en agua, cada tono indica un día diferente. Extraído de “A proposal for experimental homework”, E. Rodríguez, *Phys. Teach.* **36**, 435 (1998). Los datos de este ejercicio son ficticios.

### Actividad 3

#### Un experimento en la mesada de la cocina

Usando un cuentagotas o una pipeta derrame, una a una, gotas de aceite de cocina sobre la superficie del agua contenida en un plato hondo. El aceite es menos denso que el agua, por lo tanto flotará en la superficie y formará una mancha. El propósito del experimento es encontrar la ley de crecimiento de la mancha de aceite que se va formando. Para ello deberá medirse el radio de la mancha a medida que se sueltan las gotas, para lo que bastará el empleo de una reglita graduada en milímetros. Para hacer más visible la mancha de aceite, puede espolvoreas el agua, antes de tirar las gotas, con polvo de tiza , talco o canela.

- ¿Convendrá representar los datos en escalas lineales o logarítmicas?. Analice la estrategia del experimento. ¿Conviene registrar radios gota por gota? ¿Será más práctico medir radios luego de derramar 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100,... gotas?

- Realice el experimento y trate de definir una función  $R(N)$ : Radio como función del número de gotas vertidas. ¿Es posible aproximar  $R(N) \approx a N^c$ ? Determine a partir de los gráficos los parámetros  $a$  y  $c$ . ¿Cambian estos parámetros si se usa un aceite más (menos) denso?
- ¿Encuentra diferencias entre el resultado del experimento real y el que obtuvo en el “problema ecológico” (figura 5) usando las imágenes simuladas con un programa de computadora? ¿A qué podría atribuir las?.

**Precaución:** Trate de no golpear la mesa donde trabaja para evitar que el aceite se desplace hacia a las paredes del plato.

## Bibliografía

1. D. C. Baird, *Experimentación* (Prentice Hall). ISBN 0-13-295338-2.
2. T. McMahon, "Size and shape in Biology," *Science* **179**, 1201 (1973).
3. Dana Mackenzie, "New clues to why size equals destiny," *Science* **284**, 1607 (1999).
4. Eduardo E. Rodríguez, "A proposal for experimental homework," *Phys. Teach.* **36**, 435 (1998).
5. Christopher Deacon, "The importance of graphs in undergraduate physics," *Phys. Teach.* **37**, 270 (1999).
6. Ernesto Martínez, *Logarithmic Park* (Instituto Balseiro, Bariloche, 1997).