Laboratorio de Física I (BG)
1er. cuatrimestre 2007, cátedra Mariano Sigman
Guía 2: Análisis de relaciones no-lineales

Docentes: Laura C. Estrada, Ana Amador, Maia Brunstein (lunes)
Rodrigo Laje, Solange Di Napoli, Ana Narvaja (viernes)

1 Objetivo

Análisis de relaciones no-lineales mediante el estudio de leyes de escala alométricas en plantas.

2 Introducción

En esta guía estudiremos cómo analizar y demostrar que una determinada relación presenta características no-lineales, principalmente cómo hacer para determinar cuál es la forma funcional de dicha relación. Los casos de estudio que te proponemos son diversas leyes de escala en plantas.

Un ejemplo muy impresionante de leyes de escala en biología es el caso de leyes alométricas que se expresan de la forma

$$Y = Y_0 \, M^b \tag{1}$$

donde Y es la variable biológica y M es la masa, mientras que b y Y_0 son constantes que caracterizan la relación. Muchos y variados fenómenos biológicos tienen la particularidad de escalear como "cuartos". Por ejemplo, la tasa metabólica escalea como $M^{3/4}$, el ritmo cardíaco y la tasa de metabolismo celular escalean como $M^{-1/4}$, el tiempo de circulación de la sangre y el crecimiento embrionario escalean como $M^{1/4}$.

Existe un modelo desarrollado por West, Brown y Enquist (modelo de WBE) que propone que, tanto en plantas como en animales, la evolución por selección natural ha resultado en optimizar las redes vasculares de forma fractal. Esta es la principal hipótesis que permite predecir las leyes de escala mencionadas anteriormente (entre muchas otras).

West, Brown & Enquist, *Nature* **400**, 664 (1999)

Price & Enquist, *Functional Ecology* **20**, 11 (2006)

3 Actividades

Lo que proponemos básicamente en esta práctica es *juntar hojas y medir.* Tenés que colectar por lo menos 10 hojas frescas (pueden ser de la misma especie o de especies diferentes). Lo importante es que abarquen un rango amplio de tamaños (por ejemplo, hoja de orégano – hoja de gomero).

1. Para cada hoja medí la masa, el largo, el ancho y el área. Podés agregar además otras variables como el número de nervaduras o las que te parezcan relevantes. Con esos datos graficá cada una de las variables medidas en función de la masa, en escala lineal. Qué forma tienen los datos? (por ejemplo: recta, cuadrática, cúbica, raíz cuadrada, etc). Podrías hacer un ajuste lineal?

2. Repetí los gráficos del ítem anterior, pero esta vez utilizando el logaritmo de las variables. Qué forma adoptan en esta representación? Discutir la información que podría obtenerse de un ajuste lineal.

3.1 Algunas preguntas

Aquí van algunas preguntas que te pueden orientar a lo largo de la práctica. Recomendamos leerlas antes, pero más recomendamos que volvieras a leerlas después. Las preguntas pueden cambiar de significado a medida que la práctica avanza.

- Cómo se puede medir el área de una hoja? Qué incerteza le adjudicás a dicha medición?

- Qué otros modos de cuantificar el "tamaño" se te ocurren?

- Si la masa de una hoja crece al doble, entonces el largo/ancho/área de la hoja crece al doble también?

- Si los datos en escala lineal no parecen una recta, pero en logaritmo sí, qué podés decir?

- Si los datos en escala lineal parecen una recta, y en logaritmo también, qué podés decir?

- Y si los datos no parecen una recta de ningún modo?

4 Información adicional

En el caso de plantas, el modelo de WBE permite realizar ciertas predicciones:

$$L = L_0 \, M^{1/4} \tag{2}$$

$$r = r_0 \, M^{3/8} \tag{3}$$

siendo L la altura de la planta, r el radio del tronco y M la masa. Respecto de la geometría de la planta, también hay predicciones interesantes:

$$A = A_0 \, r^2 \tag{4}$$
$$N = N_0 \, r^{-2} \tag{5}$$

siendo A el área de la hoja, N el número de ramas, y r el radio del tronco.

En la Tabla 1 podrás encontrar más predicciones del modelo WBE y algunas mediciones.

Table 1. Predicted within-plant scaling exponents as functions of plant mass and branch radius. Symbols are represented in terms of scaling relationships for the main stem or trunk (Level 0), in terms of a branch or stem in the *k*th level of the branching hierarchy, or in terms of the whole-plant (no subscript). Adapted from West et al. (1999*a*). Abbreviation: nd = no data available.

Variable	Plant mass (M)		Symbol	Branch radius (r)	
	Exponent predicted	Symbol		Exponent predicted	Exponent observed
No. leaves	3/4	n_0^L	n_k^L	2 (2.00)	2.01[1]
No. branches	3/4	N_0	N_k	−2 (−2.00)	−2.00[2]
No. tubes	3/4	n_0	n_k	2 (2.00)	nd
Branch length	1/4	l_0	l_k	2/3 (0.67)	0.65[2]
Branch radius	3/8	r_0			
Area of conducting tissue	7/8	A_0^{CT}	A_k^{CT}	7/3 (2.33)	2.13[3]
Tube radius	> 1/6	a_0	a_k	1/6 (0.167)	nd
Conductivity	1	K_0	K_k	8/3 (2.67)	2.63[1]
Leaf-specific conductivity	1/4	L_0	L_k	2/3 (0.67)	0.73[4]
Fluid flow rate	3/4	Q_0	Q_k	2 (2.00)	nd
Metabolic rate	3/4	B			
Pressure gradient	−1/4	$\Delta P_0/l_0$	$\Delta P_k/l_k$	−2/3 (−0.67)	nd
Fluid velocity	−1/8	u_0	u_k	−1/3 (−0.33)	nd
Branch resistance	−3/4	Z_0	Z_k	−1/3 (−0.33)	nd
Tree height	1/4	h			
Reproductive biomass	3/4				
Fluid volume	25/24				

[1] *Acer saccharum*, Yang and Tyree (1993); [2] Shinozaki et al. (1964); [3] *Ficus spp.*, Patino et al. (1995); [4] *Thuja occidentalis*, Tyree et al. (1983).