Laboratorio de Física I (BG)

1er. cuatrimestre 2007, cátedra Mariano Sigman

Guía 4: Viscosidad

Docentes: Ana Amador, Laura C. Estrada, Maia Brunstein (lunes)
Rodrigo Laje, Solange Di Napoli, Ana Narvaja (viernes)

1. Objetivo

En esta experiencia de laboratorio vamos a estudiar el movimiento de caída de una esfera en el seno de un fluido, analizando en particular el comportamiento de la fuerza viscosa.

2. Introducción

Lo primero que deberías hacer antes de seguir leyendo es tirar una bolita (esfera) por el tubo lleno de aceite y observar el movimiento. ¿Qué es lo que sucede? ¿Cuál es la diferencia entre este movimiento y el de una esfera en caída libre en el aire, o mejor aún, en el vacío?

Respuesta: en un fluido viscoso la velocidad de la esfera tiende a un valor constante (a diferencia de caída libre, donde la velocidad es proporcional al tiempo).

Una forma de entender este movimiento es suponer que hay una fuerza opuesta al movimiento que depende de la velocidad del objeto: la famosa *fuerza viscosa*. Si alguna vez te subiste a una bicicleta, habrás notado que, andando a velocidad constante, cuesta mucho más trabajo andar rápido que andar lento. Además un objeto más grande sufre una fuerza mayor, o sea que la fuerza viscosa depende también del tamaño del objeto. Pero... ¿de qué forma depende? Si el tamaño del objeto se duplica, ¿la fuerza viscosa también? ¿El "tamaño" del objeto es el radio R, el perímetro ($\sim R$), el área ($\sim R^2$), el volumen ($\sim R^3$), o qué?

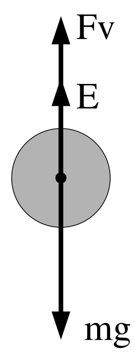

Figura 1: Diagrama de cuerpo libre de una esfera en el seno de un fluido viscoso.

Si analizamos las fuerzas ejercidas sobre la esfera, obtendremos el diagrama de cuerpo libre que se muestra en la figura 1. Utilizando la 1^{era} ley de Newton, obtenemos

$$mg - E - F_v = ma \tag{1}$$

donde mg es el peso, E es el empuje, F_v es la fuerza viscosa y a es la aceleración.

Cuando la esfera se desplaza con velocidad constante, esto se debe a que la aceleración es cero debido a que las fuerzas se compensan:

$$F_v = mg - E \tag{2}$$

Veamos cada una de estas fuerzas, considerando el caso de una esfera:

- **Peso:** sólo reescribiremos la masa: $m = \rho_e * V_e$, donde V_e es el volúmen de la esfera $V_e = \frac{4}{3}\pi R^3$, con R el radio de la esfera. De esta manera, la expresión para el peso resulta $P = \rho_e * \frac{4}{3}\pi R^3 * g$
- **Empuje:** según el principio de Arquímedes el empuje es igual a $E = \rho_l * \frac{4}{3}\pi R^3 * g$, donde ρ_l es la densidad del líquido.
- **Fuerza viscosa:** en un flujo laminar, la fuerza de rozamiento es proporcional a la velocidad. Este concepto está en la Ley de Stokes, que para una esfera es: $F_v = 6\pi\eta * v * f(R)$, donde η es la viscosidad del fluido y $f(R)$ es una función del radio de la esfera R.

Escribiendo estas expresiones en la ecuación 2, resulta

$$\begin{aligned} 6\pi\eta * v_{lim} * f(R) &= \rho_e * \frac{4}{3}\pi R^3 * g - \rho_l * \frac{4}{3}\pi R^3 * g & (3) \\ \eta * v_{lim} * f(R) &= \frac{2}{9}\, g\, (\rho_e - \rho_l) R^3 & (4) \\ v_{lim} &= \frac{2}{9}\, g\, \frac{(\rho_e - \rho_l)}{\eta} \frac{R^3}{f(R)} & (5) \end{aligned}$$

De esta manera, obtenemos una expresión para la velocidad límite v_{lim}. Midiendo la velocidad límite en diferentes condiciones podemos analizar el comportamiento de la función desconocida $f(R)$ (o sea, la dependencia de la fuerza viscosa con la geometría del objeto). De paso calculamos el valor del coeficiente que caracteriza a la viscosidad η.

3. Actividades

3.1. Velocidad límite

En el laboratorio contamos con probetas que podemos llenar con aceite y esferas de acero de distintos radios. Soltamos las bolitas de a una con cuidado y medimos v_{lim}. Para esto, hay que determinar cuál es el intervalo donde podemos garantizar que estamos en este régimen.

Midiendo v_{lim} para distintos radios de esferas, vamos a poder encontrar cuál es la relación entre éstas y, por lo tanto, deducir cuál es la forma funcional de la fuerza viscosa con el radio de la esfera.

3.2. Extra 1: efectos de borde

El desarrollo de la sección anterior es sin considerar efectos de borde (o sea supusimos tácitamente que el fluido se extiende al infinito; aunque no lo parezca esta idealización simplifica el análisis). Si trabajamos en un tubo de radio R_T, entonces debe agregarse un término de corrección:

$$v = (1 + 2{,}4\frac{R}{R_T}) v_{lim} \tag{6}$$

En nuestro sistema, es relevante considerar este efecto? Se te ocurre alguna manera de probarlo experimentalmente?

3.3. Extra 2: balanza de Mohr

Este es un dispositivo que sirve para medir densidades de líquidos utilizando el empuje hidrostático: si sumergimos el mismo cuerpo en 2 líquidos distintos, el empuje en cada líquido será $E_1 = \rho_1 V g$ para el líquido 1, y $E_2 = \rho_2 V g$ para el líquido 2. Por lo tanto,

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \tag{7}$$

De esta manera, si utilizamos agua destilada como líquido 1, podremos obtener la densidad del líquido 2.

Algunas preguntas (para antes, durante y después de las mediciones)

- ¿Qué podrías graficar para entender $f(R)$? ¿Qué esperás obtener?
- ¿Cómo harías para determinar la densidad de las esferas ρ_e?
- ¿Cómo se hace para determinar η en este experimento? ¿Se te ocurre otra manera?
- Analicemos el modelo conocido para la fuerza viscosa:

  $$F_v = -6\pi\eta R v$$

  Pensemos en cómo se comporta esta fuerza en la realidad y analicemos si este modelo matemático tiene sentido. ¿Qué función cumple el signo menos? ¿Podría ir un v^2 en vez de simplemente v? ¿Podría poner alguna otra potencia par de v?
- ¿La fuerza de rozamiento y la fuerza viscosa son claramente diferentes... o no?