Física 4 - Primer Cuatrimestre 2012

Guía 6: Átomo de Bohr, Postulados de De Broglie

1. Calcular los valores de las energías de los 7 primeros niveles del hidrógeno y el helio ionizado (He^{+}) y hacer un gráfico en escala. Indicar cuáles son las transiciones correspondientes a las series de Lyman, Balmer, Paschen.

2. En el modelo de Bohr se supone un núcleo de masa inmensamente superior a la del electrón, ubicado en el centro de masa del sistema. En el caso general (masa del núcleo M , masa del electrón m)¿qué modificaciones se deben hacer en el postulado de cuantificación del impulso angular orbital para que en el límite ambos coincidan?

3. De acuerdo con la conservación del impulso, al ser emitido un fotón, el núcleo del átomo debería retroceder. Determinar la corrección a la longitud de onda del fotón emitido cuando este retroceso se tiene en cuenta.

4. Calcule la longitud de onda, la frecuencia y la velocidad de fase asociadas a:
   (a) un electrón que va a una velocidad de 400m/s.
   (b) un proyectil de rifle que pesa 20g y se mueve con una velocidad de 400m/s.

5. Deteminar qué potencial acelerador hay que aplicarle a un electrón para asociarle una onda de De Broglie de 1Å de longitud de onda.

6. Se quiere ver un objeto cuyo tamaño es 2.5Å. ¿Cuál es la menor energía que debe tener el fotón a usarse? ¿Cuál es la menor energía cinética si se emplean electrones?

7. ¿Qué le pasaría a un hombre de 70kg que entra por la puerta de su casa a una velocidad de 5 m/s si vive en un mundo donde $h = 175\,Js$?

8. Empleando los postulados de De Broglie encontrar:
   (a) Los estados de energía permitidos para una partícula confinada en un segmento de longitud a.
   (b) Los estados de energía de un electrón en un átomo de hidrógeno.

9. Sea una partícula de masa en reposo m y cuya longitud de onda asociada es λ. Demuestre que la correspondiente velocidad de fase puede escribirse como

$$v_f = c\sqrt{1+\left(\frac{mc\lambda}{h}\right)^2}$$

   donde h es la constante de Planck y c es la velocidad de la luz en el vacío.
   Ayuda: utilice la relación energía - impulso para el caso relativista.

10. Considere el paquete de ondas descripto por la función $\Phi(k) = A\exp\left[-\frac{a^2}{4}(k-k_0)^2\right]$.
    (a) Calcular A para que la función esté normalizada.
    (b) Calcular $|\psi(x,0)|^2$
    (c) Calcular el valor medio de la coordenada x, el de la coordenada p y el producto $\Delta x \Delta p$.

11. Considere el paquete de onda unidimensional $\psi(x,t)$ cuya distribución espectral de número de onda k está dada por:

$$\Phi(k) = \begin{cases} A & si\, k \in (k_0-\Delta k, k_0+\Delta k) \\ 0 & sino \end{cases}$$

    con $\Delta k \ll k_0$.

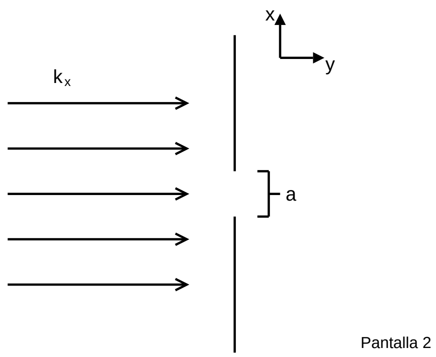
(a) Calcular $\psi(x,t)$ suponiendo al paquete no dispersivo. Graficar cualitativamente su módulo al cuadrado. Hacer lo mismo en el caso de paquete dispersivo (en este caso, realizar las aproximaciones que considere necesarias).

(b) Calcular la velocidad de propagación de $\psi(x,t)$

(c) Calcular el producto entre el ancho espectral y el ancho significativo de $|\psi(x,0)|^2$. Interpretar el resultado.

12. A partir de las relaciones de incerteza probar que la energía mínima de un oscilador armónico es $E_{min} \approx \hbar\omega/2$.

13. Un haz homogéneo de partículas de longitud de onda asociada λ incide sobre una pantalla en la cual se ha practicado una ranura de ancho a (ver figura).



(a) Midiendo la cantidad de partículas que se observan inmediatamente detrás de la pantalla, proponer una forma para $\psi(x, y=0, t=0)$.

(b) A partir de esta expresión, calcular $\phi(k_x)$ $(k_x = 2\pi/\lambda)$. A partir de ésta, mostrar cualitativamente que la "intensidad" de partículas que se observa sobre la pantalla 2 corresponde al patrón de difracción de la rendija.

(c) Discutir las relaciones entre el ancho de la rendija y el ancho significativo de $\phi(k_x)$. ¿Qué hipótesis sería incorrecta si se pudiera medir simultáneamente x y p_x con una precisión mayor que la establecida por el principio de incerteza?