

Física Contemporánea I - 1er Cuatrimestre 2004

Guía 2 - Lagrange

1. Dos partículas de masas m_1 y m_2 están unidas por un hilo como indica la figura. m_1 se mueve en el plano de la mesa y m_2 sólo verticalmente. En $t = 0$, m_1 se encuentra a una distancia r_0 del orificio y se le aplica una velocidad v_0 perpendicular al hilo.
 - (a) Escriba las ecuaciones de Lagrange y halle sus integrales primeras en términos de las condiciones iniciales
 - (b) Halle la tensión del hilo
 - (c) Repita a y b suponiendo ahora que el movimiento de m_2 es bidimensional
2. Encuentre el lagrangiano y las ecuaciones de movimiento del siguiente sistema: un péndulo simple de masa m_2 , con una masa m_1 en el punto sostén, la cual puede moverse sobre una línea horizontal contenida en el plano de movimiento de m_2 . Resuelva las ecuaciones de movimiento y halle la frecuencia de oscilación del sistema para pequeños apartamientos de la posición de equilibrio estable.
3. Considere el sistema de la figura. (péndulo doble)
 - (a) Halle el lagrangiano y las ecuaciones de Lagrange
 - (b) Encuentre una expresión aproximada para las ecuaciones de movimiento para pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estable
4. Bajo la acción de la gravedad, una partícula de masa m se desliza por una superficie cónica $\rho = ztg\alpha$, sin rozamiento.
 - (a) Halle las ecuaciones de movimiento de la partícula utilizando como coordenadas generalizadas el ángulo ϕ medido en el plano perpendicular al eje del cono y la distancia r al vértice del mismo, tomada a lo largo del cono.
 - (b) Hallar r máximo y r mínimo para el caso en que $\alpha = 30$ y las condiciones iniciales sean $r(0) = a$, $\dot{r}(0) = 0$, $\dot{\phi}^2(0) = 4\sqrt{3}g/a$
5. Sea el sistema de la figura
 - (a) Halle las ecuaciones de movimiento utilizando el método de Lagrange
 - (b) Para el caso $g = 0$, integre las ecuaciones para condiciones iniciales $r(0) = r_0$, $\dot{r}(0) = 0$
 - (c) Discuta el caso en que ϕ varía libremente
6. Encuentre el lagrangiano de los sistemas de la figura. Existe gravedad
7. Sea una partícula libre de masa m y carga q en un campo electromagnético con potenciales ϕ , \vec{A} ; ($\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - c^{-1}\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$, $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$). Obtenga las ecuaciones de movimiento a partir del lagrangiano $L = T - U$ (donde U es un potencial generalizado dependiente de la velocidad). Muestre que la fuerza aplicada sobre la partícula es la de Lorentz. $\vec{F} = q(\vec{E} + c^{-1}\vec{v} \times \vec{B})$, $U = q\phi - \frac{q}{c}\vec{v} \cdot \vec{A}$

Preguntas conceptuales

1. Dado un sistema constituido por N partículas, cuál es el número de grados de libertad del mismo? y cuál el de ecuaciones de vínculo?

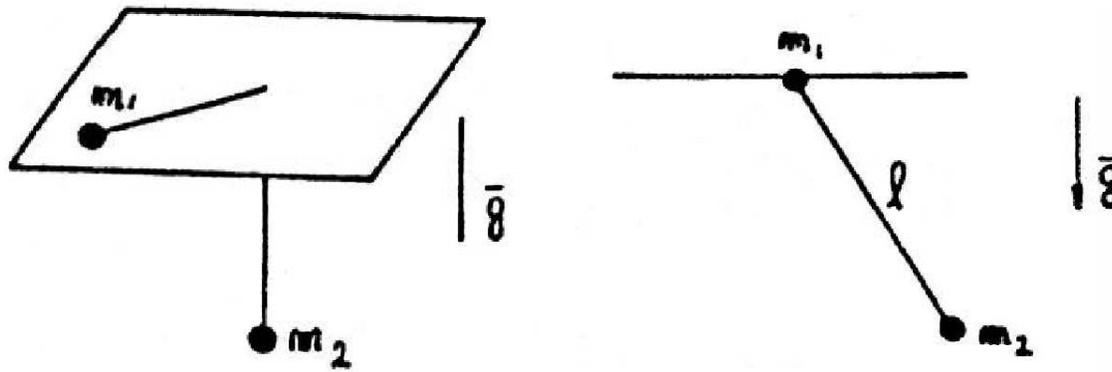


Figure 1: Problema 1 (izquierda) y Problema 2 (derecha)

2. Se puede utilizar una velocidad como coordenada generalizada ?
3. Las fuerzas generalizadas se aplican sobre cada partícula ?
4. El número de grados de libertad de un sistema, es independiente del sistema de referencia utilizado para describir el movimiento ?
5. Para estudiar el equilibrio de un sistema, es siempre válido utilizar el principio de los trabajos virtuales ?
6. Es válida la formulación lagrangiana para un potencial dependiente de la velocidad ? y para el campo electromagnético ?
7. Las ecuaciones de vínculo para un sistema físico, dependen del sistema de referencia utilizado ?, y las fuerzas de vínculo ?
8. Siempre se pueden escribir las ecuaciones de Newton desde el centro de masa de un sistema ?
9. Para un sistema de N partículas, cuántas ecuaciones de Newton se necesitan ? y de Lagrange ?
10. Qué se entiende por un sistema inercial ? Serán correctas las ecuaciones de movimiento si se escribe el lagrangiano desde un sistema no inercial?
11. Para una carga en un campo electromagnético, se puede conservar el impulso lineal de la misma? Qué magnitud se conserva ?

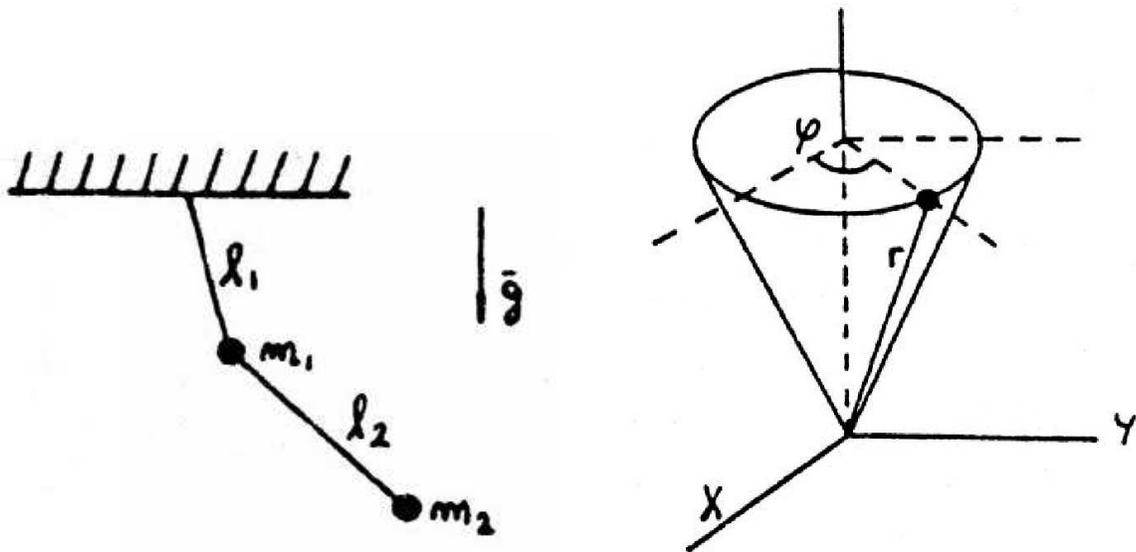


Figure 2: Problema 3 (izquierda) y Problema 4 (derecha)

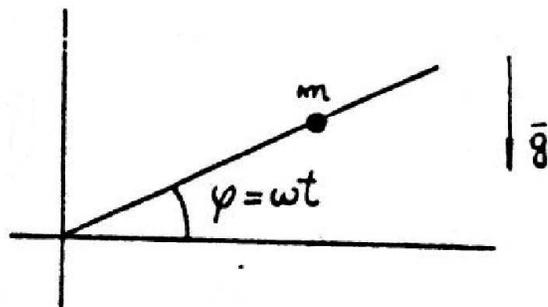


Figure 3: Problema 5

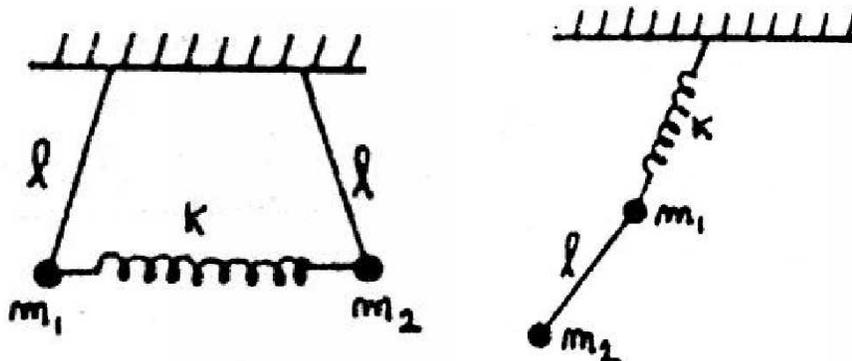


Figure 4: Problema 6