

Ficha de trabajo

Título: Movimiento rectilíneo uniformemente variado (relativista)

Área: Física

Nivel: escuelas medias

A lo largo de la historia de la física ha habido “revoluciones” que cambiaron los principios fundamentales en los que estaban basadas las distintas teorías. Los dos ejemplos más conocidos son, probablemente, los desarrollos de la teoría de la relatividad y de la mecánica cuántica, que ocurrieron durante las primeras décadas del siglo XX. La teoría de la relatividad especial se basa en el postulado de la invariancia de la velocidad de la luz en el vacío (en franca contradicción con la ley de suma de velocidades de Galileo). En mecánica cuántica, el principio de incertidumbre de Heisenberg pone un límite al conocimiento de la posición y la velocidad de un objeto en el mismo instante, lo cual implica entre otras cosas que la visión determinista de la física clásica deja de ser válida a escalas microscópicas.

¿Qué significan estos cambios en los principios fundamentales? ¿Por qué Galileo, Newton, Maxwell, Laplace, etc, no se dieron cuenta de que estaban describiendo la realidad utilizando principios “incorrectos”? El objetivo de este recurso es responder parcialmente estas preguntas, para llegar a una visión más profunda de lo que significan las leyes físicas. Toda la actividad está basada en un ejemplo concreto: las modificaciones relativistas al movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV), uno de los primeros aspectos de la física Newtoniana que se enseña en las escuelas medias.

Se proponen varias actividades usando como base el siguiente relato ficticio:

Buscando errores en la física de Newton

En 1686 Isaac Newton publicó su famoso libro “The Principia”, donde estableció las bases de la hoy denominada “mecánica clásica”. Newton era un hombre poco sociable, casi constantemente recluso en su trabajo. Era también extremadamente sensible a las críticas, y retrasó por muchos años la publicación de sus resultados por temor a estar equivocado. Uno de sus enemigos más famosos, Robert Hooke, junto a varios de sus contemporáneos, decidieron comenzar una campaña contra Newton, y pensaron que la mejor manera sería desacreditarlo frente al resto de la comunidad científica, mostrando que sus leyes eran falsas.

A partir de las leyes de Newton es inmediato demostrar que un objeto sometido a una fuerza constante se mueve siguiendo un movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV). Si el objeto parte del reposo, la distancia recorrida es proporcional al tiempo al cuadrado. Por otra parte, la velocidad v del objeto aumenta linealmente con el tiempo,

$$v = at \quad (1)$$

donde a es la aceleración. Los enemigos de Newton pensaron que podrían demostrar que alguno de los postulados fundamentales de Newton no eran ciertos encontrando violaciones a las leyes del MRUV. El argumento era el siguiente: supongamos que cuando un cuerpo se mueve bajo la acción de una fuerza constante su velocidad como función del tiempo fuese

$$v(t) = at [1 + f(t)], \quad (2)$$

donde $f(t)$ sería una corrección a la ley de MRUV clásica.

Si $f(t)=0$, Newton estaría en lo cierto. En cambio, si $f(t)$ fuese diferente de cero, habría alguna falla en su teoría. Pero muchos científicos habían realizado experimentos y habían comprobado, dentro de los errores experimentales, que efectivamente Newton estaba en lo cierto. ¿Había esperanza entonces de encontrar un error? La respuesta es que sí, y el argumento el siguiente. Supongamos, razonaban los enemigos de Newton, que los experimentos que miden la velocidad en función del tiempo tienen una precisión del 10%. Si la función $f(t)$, es mucho menor a 0.1 en todos los experimentos realizados hasta el momento, entonces esos experimentos serían aparentemente compatibles con las leyes de Newton, aunque las leyes no fuesen estrictamente ciertas. Muy ingenioso.

Los enemigos de Newton decidieron entonces hacer una gran cantidad de experimentos, con objetos sometidos a distintos tipos de fuerza, con la esperanza de encontrar alguna violación al MRUV. Su objetivo principal era encontrar una situación física en la cual la función $f(t)$ fuese más grande o, alternativamente, realizar experimentos extremadamente precisos que les permitieran comprobar que existen pequeñas correcciones a las leyes de Newton, y en particular a la dependencia de la velocidad con el tiempo en el MRUV.

Por muchos años, fue imposible encontrar desviaciones a la ley del MRUV. Los enemigos de Newton formaron una secta, que generación tras generación trabajó incansablemente y en secreto tratando de lograr su objetivo final de ridiculizar la obra de Newton. Durante el siglo XX, los sectarios construyeron un acelerador lineal de partículas gigantesco en el que, con campos eléctricos intensos, lograron acelerar partículas hasta velocidades muy cercanas a las de la luz. Vieron allí que, efectivamente, a muy altas velocidades la ley Newtoniana del MRUV no es válida: la velocidad deja de crecer con el tiempo y nunca sobrepasa la velocidad de la luz, a pesar de que se le siga aplicando una fuerza constante por tiempos larguísimos.

Debido a que los sectarios trabajaban en forma autónoma y con contacto nulo con el ambiente científico, no se habían enterado que unos años antes de sus descubrimientos, en 1905, un físico alemán (Albert Einstein) también había concluido que las leyes de Newton no eran estrictamente válidas. Entre otras cosas, Einstein encontró que la famosa segunda ley de Newton

$$F = ma = m \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (3)$$

debía ser reemplazada por

$$F = m \frac{\Delta}{\Delta t} \left(\frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) \quad (4)$$

donde c es la velocidad de la luz. A partir de esta ecuación, es también muy fácil ver que la ley Newtoniana del MRUV es aproximadamente válida cuando las velocidades de los cuerpos son mucho menores que la de la luz, y deja de serlo a velocidades comparables a la de la luz.

Actividad 1

El objetivo de esta actividad es demostrar que el argumento de los sectarios relacionado con la ecuación (2) es correcto. Se utilizará una hoja de cálculo de OpenOffice. Supongamos que se realiza un experimento en el que se mide la velocidad en función del tiempo para una partícula sometida a una fuerza constante. Los intervalos temporales se miden con una precisión muy alta, y las velocidades con una precisión aproximada del 10%. Los resultados obtenidos para la velocidad en función del tiempo son:

t(s)	v(m/s)
0	0
0,01	0,094
0,02	0,192
0,03	0,32
0,04	0,4
0,05	0,47
0,06	0,619
0,07	0,745
0,08	0,805
0,09	0,902
0,1	1,03

Tabla I

Las preguntas concretas a responder son:

- ¿Son compatibles los resultados experimentales con la ecuación (1)?
- ¿Es posible que los resultados sean compatibles a la vez con las ecuaciones (1) y (2)?

Según la ecuación (1) (la ley clásica del MRUV) la velocidad es proporcional al tiempo transcurrido, y la constante de proporcionalidad es la aceleración. ¿Cómo encontrar el valor de la aceleración que mejor ajusta a los datos medidos?

Podemos observar que una aceleración de 10 m/s^2 se corresponde bastante bien con los datos, sin embargo para saber cual es el valor que mejor se aproxima debemos hacer un ajuste lineal siguiendo el ejemplo que se muestra en el Anexo I. Del ajuste lineal, vemos que la aceleración que mejor se corresponde con los datos es algo mayor a la propuesta ($a=10,26 \text{ m/s}^2$).

Veamos ahora si efectivamente para una aceleración de $10,26 \text{ m/s}^2$ los datos observados se corresponden con un MRUV, teniendo en cuenta el 10% de error experimental en la obtención de datos.

Conceptualmente lo que deberíamos hacer es conocer el valor teórico de velocidad que corresponde a cada tiempo y compararlo con el medido. Para ello, vamos a generar una columna que contenga los valores de velocidad teóricos esperados (en el Anexo II se explica como hacerlo). Al lado generamos otra columna que contenga los valores experimentales máximos compatibles con el error (los que figuran en la Tabla I más el 10%), y por último

una tercer columna que contenga los valores experimentales mínimos compatibles con el error (los que figuran en la Tabla I menos el 10%).

Si graficamos los datos de las columnas que tienen los valores experimentales máximos y mínimos, junto a los datos teóricos, se debería ver que efectivamente los datos teóricos están siempre entre los mínimos y máximos. La conclusión es que, dentro de los errores experimentales, los resultados son compatibles con la ecuación (1).

Para ver que la ecuación (1) no es la única compatible con los resultados experimentales, supongamos que la relación entre la velocidad y el tiempo está dada por la ecuación (2), con

$$f(t) = bt^2 \quad (5)$$

donde b es una constante. Se propone discutir con los alumnos: ¿Qué unidades tiene b ? ¿Cuál es el máximo valor de b compatible con los datos experimentales? Comprobar esto haciendo un gráfico de la función para un valor de b menor al máximo, y viendo que, nuevamente, los resultados coinciden con los datos experimentales dentro de los errores de medición.

Actividad 2

En esta actividad se analizarán los datos de un experimento que muestra desviaciones de la ley del MRUV (el realizado por los enemigos de Newton en el acelerador lineal de partículas). Los datos de la velocidad en función del tiempo son en este caso:

t(s)	v/c
0.000	0.000
0.050	0.050
0.150	0.148
0.250	0.243
0.350	0.330
0.450	0.410
0.550	0.482
0.650	0.545
0.750	0.600
0.850	0.648
0.950	0.689
1.050	0.724
1.150	0.755
1.250	0.781
1.350	0.804
1.450	0.823
1.550	0.840
1.650	0.855
1.750	0.868
1.850	0.880
2.000	0.894
3.000	0.949
4.000	0.970
5.000	0.981
6.000	0.986

Tabla II

donde la velocidad se mide en unidades de la velocidad de la luz (es decir $v/c=0.6$ significa que la velocidad es un 60% de la velocidad de la luz).

- Graficar la velocidad en función del tiempo y analizar cualitativamente el gráfico. Concluir que la ley Newtoniana del MRUV no se cumple en este caso.
- Hacer un ajuste de los datos experimentales proponiendo distintas formas funcionales (en el OpenOffice aparecen distintas funciones con las que se puede trabajar: lineal, logarítmica y exponencial).
- Probar ahora con una función de la forma:

$$\frac{v}{c} = \frac{At}{\sqrt{1 + (At)^2}} \quad (6)$$

donde A es una constante. Usando OpenOffice pueden generar varias columnas con los valores de v/c asociados a esta función, cada columna con un valor distinto de A . Los alumnos deberían encontrar que para $A=1 \text{ s}^{-1}$ se ajustan perfectamente los datos experimentales. También deberían notar que, para tiempos suficientemente cortos, la fórmula anterior se reduce a la del MRUV de Newton.

Actividad 3

Se propone que los alumnos deduzcan teóricamente la fórmula del MRUV relativista a partir de la ley de fuerzas de Einstein.

La manera de hacerlo es notar que, dado que la fuerza F es constante, a partir de la ecuación (4) se deduce que

$$\frac{F}{m} t = \frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (7)$$

A partir de aquí se puede despejar la velocidad. Llamando $a=F/m$ se obtiene:

$$v = \frac{at}{\sqrt{1 + \left(\frac{at}{c}\right)^2}} \quad (8)$$

que es el resultado buscado.

Cierre

Discutir con los alumnos acerca del carácter necesariamente aproximado de las leyes físicas. La conclusión debería ser que, dado que la comprobación de las leyes es experimental, y que los experimentos siempre tienen una determinada precisión, nunca podemos estar seguros de

que la fórmula matemática que expresa la ley sea exacta.

Discutir la diferencia entre una ley física y un teorema matemático.

Autores: Patricio Clark, Diego Mazzitelli, Ionatan Pérez, Departamento de Física, FCEyN, Universidad de Buenos Aires


Anexo I

Estas notas se desarrollan para la versión 3.0.1 del OpenOffice

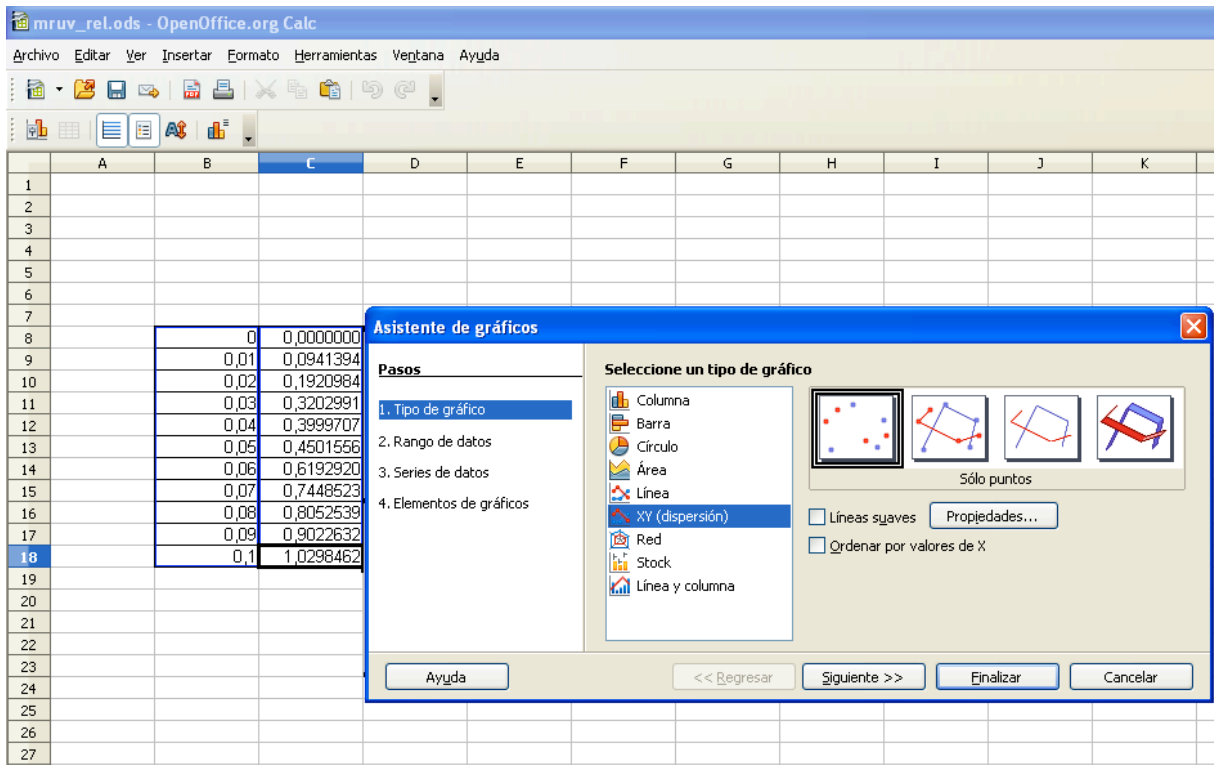
¿Cómo encontrar funciones sencillas que “ajusten” una serie de datos experimentales?

Cuando se trabaja con datos medidos experimentalmente, y se supone que dichos datos siguen ciertas formas funcionales sencillas (por ejemplo una recta, una parábola, una exponencial, etc) a menudo es útil poder encontrar cuál de todas las rectas, parábolas, etc es la que más se parece a los datos medidos. Encontrar los valores que definen dicha función es lo que se suele llamar “hacer un ajuste” (porque se busca ajustar la función a los datos).

Para realizar un ajuste, lo primero es saber con que tipo de función se quiere ajustar los datos, es decir, si uno supone que los datos siguen una relación de proporcionalidad, una relación cuadrática, o una relación más complicada. Lo segundo es usar un programa que encuentre, entre todas las posibles funciones de la forma deseada, cual es específicamente la que más se parece a los datos.

Supongamos que tenemos los datos de la Tabla I, y los pasamos a la hoja de cálculos. Para hacer un ajuste primero debemos graficar los datos. Para ello marcamos todos los datos y hacemos click en el icono . Se abrirá un cuadro de dialogo, que se ve en la figura siguiente. Podemos elegir diferentes características, la más importante es seleccionar la correspondiente a un gráfico de dispersión (es decir Y en función de X). Una vez elegida esta opción podemos apretar el botón finalizar, pues las demás opciones suelen estar bien ajustadas por defecto.

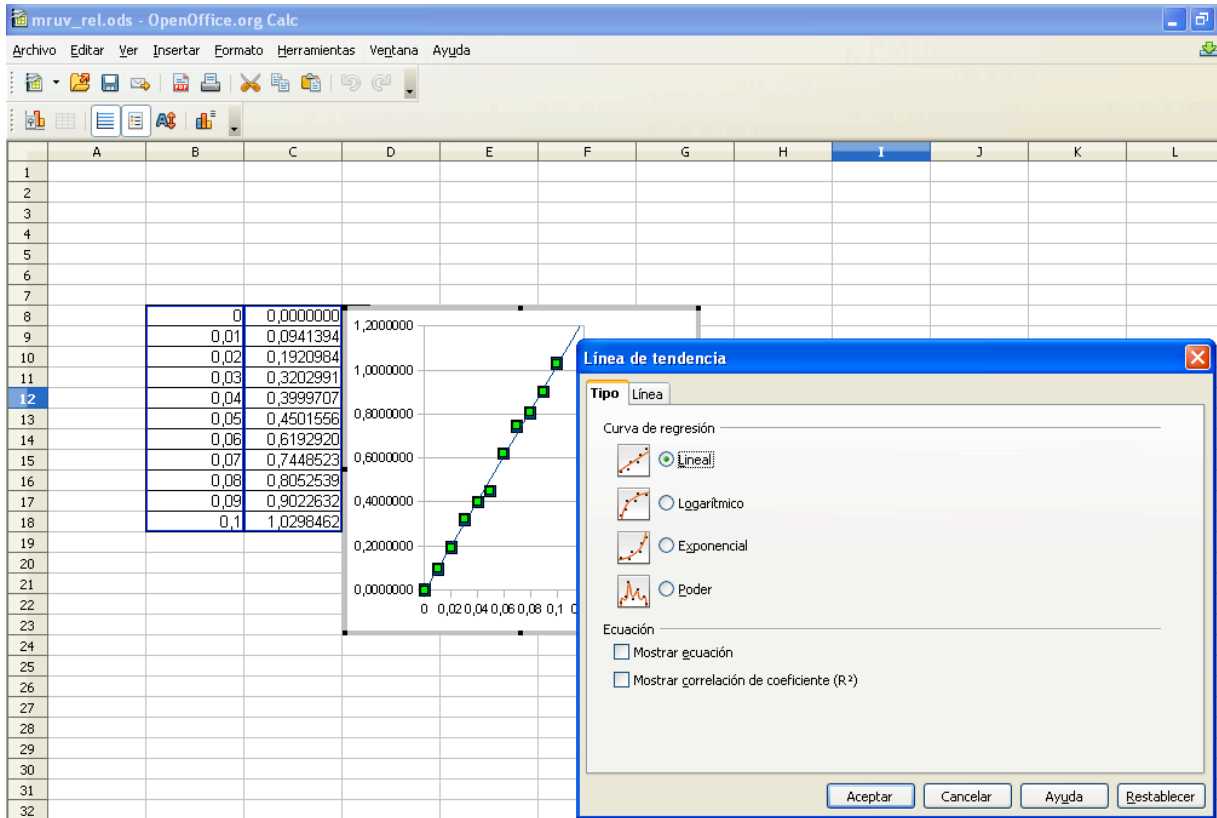
Si deseamos modificarlas, en el paso 2 podemos seleccionar que rango (conjunto de celdas de la hoja de cálculos) deseamos graficar, pero en forma predeterminada figurará el conjunto de celdas que se encontraban seleccionadas al apretar el botón de graficar. El paso 3 sirve para determinar que datos corresponden a que línea en caso de que se quiera graficar más de una columna en el mismo grafico, pero en forma predeterminada asigna una línea del gráfico a cada columna que no sea la primera (que es considerada la variable independiente). Por último el paso 4 nos permite escribir el titulo del gráfico, los nombres de los ejes, etc. Todos estos aspectos visuales pueden ser editados posteriormente con el gráfico ya armado con total facilidad.



Una vez realizado el gráfico, debemos pedirle al programa que realice el ajuste, para ello debemos marcar con el botón secundario sobre alguno de los puntos del gráfico y seleccionar insertar una línea de tendencia. A veces para poder hacer el click secundario sobre los puntos graficados hace falta primero “entrar” en el gráfico haciendo doble click o click secundario sobre el mismo y luego editar.

Una vez que se abra el cuadro de diálogo correspondiente a la línea de tendencia (que se observa a continuación), debemos primero elegir el tipo de fórmula deseada (en nuestro caso lineal) y luego marcar que nos muestre la fórmula (donde figura el factor de proporcionalidad buscado). También podemos pedir que nos muestre el R^2 , que es un indicador de cuán bien ajusta la forma propuesta a la tabla de valores.

Como el resultado de un ajuste lineal es una recta, el factor de proporcionalidad será el número que acompañe a la X en la fórmula devuelta. Si los datos se corresponden efectivamente a una ley de proporcionalidad, es de esperar que la ordenada al origen sea cercana a cero.



Anexo II

¿Como generar cálculos automáticos en una hoja de cálculos?

Vamos a tomar como ejemplo reconstruir los valores de velocidad (en ciertos tiempos dados) para un cuerpo que se mueve según una aceleración dada ($10,26 \text{ m/s}^2$) y que parte del reposo. La lista de valores de tiempo será la de la Tabla I.

Lo primero que debemos hacer es copiar la lista de valores de la primer columna (los tiempos) a la hoja de cálculo. Luego debemos pensar que fórmula genérica es la que corresponde al cálculo que deseamos hacer, en nuestro caso la fórmula es $v = at$, donde la aceleración vale $10,26 \text{ m/s}^2$.

Para indicar a la hoja de cálculos que lo que estamos escribiendo es una fórmula y no un número o un texto debemos comenzar con un “=” y luego escribir la fórmula. Para decirle a la hoja de cálculos que busque el valor que está guardado en otra celda (en este caso los tiempos), debemos simplemente escribir el nombre de la celda usando la letra que se corresponde con su columna, y el número que se corresponde con su fila.

En la primer celda de la columna de velocidades queremos que tome el valor “0” (que está guardado en la celda “B9”) y lo multiplique por 10,26. Si escribimos la fórmula como se observa en la figura y le damos “Enter”, hará el cálculo y escribirá el resultado.

	A	B	C	D
1				
2				
3		Aceleracion	10,26	
4				
5				
6				
7		Tiempo	Velocidad	
8				
9			=B9*10,26	
10		0,01		
11		0,02		
12		0,03		
13		0,04		
14		0,05		
15		0,06		
16		0,07		
17		0,08		
18		0,09		
19		0,1		
20				
21				
22				
23				

¿Porqué nos esforzamos en escribir “B9” en lugar de “0”?

Hay varias razones. La primera es que si por alguna razón nos damos cuenta que queremos que el tiempo inicial sea por ejemplo 1 y no 0, no tenemos que volver a reescribir todas las cuentas, cambiamos el valor de la celda “B9” y los demás resultados que dependen de este tiempo se ajustan automáticamente.

La segunda razón es que si queremos de alguna manera extender el cálculo a toda la columna, al haber escrito en la celda “C9”, una referencia a “B9”, el programa se da cuenta de que la referencia es a la celda de al lado, y cuando extendamos la fórmula haciendo click en la esquina inferior derecha y estirando la celda a las de abajo, en lugar de escribir siempre “B9” en la fórmula, lo va a ir cambiando por “B10”, “B11”, etc según corresponda. De esta manera en cada fila, va a usar el tiempo correspondiente a esa fila para hacer los cálculos.

mruv_rel.ods - OpenOffice.org Calc

Archivo Editar Ver Insertar Formato Herramientas D

Arial 10 N C

C9 = =B9*10,26

	A	B	C
1			
2			
3		Aceleracion	10,26
4			
5			
6			
7		Tiempo	Velocidad
8			
9		0	0
10		0,01	
11		0,02	
12		0,03	