

Ficha de trabajo

Título: El sistema solar y la ley de gravitación universal

Área: Física

Nivel: escuelas medias

La descripción del movimiento de los astros es un problema que interesó a la humanidad desde hace miles de años, y la fascinante historia de cómo evolucionó el conocimiento en esta área es un ejemplo concreto muy instructivo para que los alumnos aprecien los diferentes métodos que se utilizan en ciencia para comprender los fenómenos naturales. Los primeros modelos fueron geocéntricos, basados en observaciones del movimiento relativo de los astros alrededor de la Tierra. N. Copérnico fue uno de los primeros en proponer un modelo heliocéntrico, que fue tomado posteriormente por Galileo. Basándose en cuidadosas observaciones astronómicas realizadas principalmente por T. Brahe, J. Kepler enunció las tres leyes que llevan su nombre, y que establecen que las órbitas planetarias son aproximadamente elípticas (con el Sol en uno de los focos de la elipse), que los planetas barren áreas iguales en tiempos iguales, y encontró una relación precisa entre el período de la órbita y el tamaño de la misma. Años después, I. Newton descubrió la famosa ley de gravitación universal, a partir de la cual fue posible deducir todas las características mencionadas anteriormente, y establecer su rango de validez. Más aún, a partir de desviaciones en las trayectorias de planetas conocidos, se descubrió la existencia de otros planetas desconocidos hasta el momento. También fue posible describir las trayectorias de los cometas, y en particular predecir el acercamiento periódico a la Tierra de muchos de ellos. En 1915, Einstein propuso su Teoría General de la Relatividad, en la cual reformuló la interacción gravitacional como una propiedad geométrica del espacio tiempo. A partir de la misma se calcularon pequeñas desviaciones a las trayectorias de los planetas, que no pueden explicarse en el marco de la física Newtoniana.

Las actividades propuestas en este recurso tienen como objetivos principales:

1. que los alumnos tengan un panorama histórico de la descripción del movimiento planetario
2. que conozcan los órdenes de magnitud de distintos parámetros del sistema solar
3. que “descubran” las leyes de Kepler utilizando simulaciones numéricas, y que discutan detalladamente su rango de validez
4. que comprendan, en situaciones simplificadas, cómo la ley de gravitación universal permite deducir dichas leyes
5. que reúnan información acerca del rango de validez de la teoría Newtoniana

Las actividades tienen un nivel de complejidad variado y podrán realizarse de manera cualitativa en el caso en que el nivel del curso así lo requiera)

Actividad 1: Un poco de historia

Se sugiere que grupos de dos o tres alumnos busquen información acerca de los siguientes personajes históricos, poniendo especial énfasis en la relevancia que tuvieron en la descripción del movimiento planetario

Platón
Aristarco de Samos
C. Ptolomeo
N. Copérnico
Galileo Galilei
T. Brahe
J. Kepler
I. Newton
P. Laplace
A. Einstein

Es interesante plantear un debate acerca de las descripciones geocéntricas y heliocéntricas (notar que a nivel cinemático ambas descripciones son igualmente válidas, sin embargo, cuando se quiere describir la dinámica es extremadamente más sencilla la descripción heliocéntrica).

A continuación, se propone investigar a partir de qué época se fueron observando y/o descubriendo los distintos componentes del sistema solar (planetas y sus satélites, asteroides, cometas, etc) ¿Es siempre necesaria la observación del cuerpo para que sea descubierto?

Actividad 2: Principales características del sistema solar

Una vez familiarizados con los distintos componentes del sistema solar, se propone estudiar algunas de sus características. Utilizando la hoja de cálculo de OpenOffice, se sugiere armar una tabla de datos similar a la que se muestra a continuación:

Planeta	M/Msol	Radio planeta	Semieje mayor órbita	Semieje menor órbita	Período

(donde M corresponde a la masa del objeto). ¡No olvidar las unidades! ¿Es Plutón un planeta? Buscar información reciente en internet.

Para percibir el orden de magnitud de los valores con los que estamos trabajando es útil comparar esos números con otros que nos sean familiares. Teniendo en cuenta la segunda columna de la tabla, pensar qué objetos de la vida cotidiana podrían “ser” los planetas de un sistema solar la masa del Sol fuese 70 Kg. Hagan un ejercicio similar con las distancias: si el Sol fuese una pelota de fútbol, qué tamaño y a qué distancias estarían los planetas?

Actividad 3: Descubriendo las leyes de Kepler

Utilizando el applet “My solar system” podremos "descubrir" las leyes de Kepler. El applet puede utilizarse directamente desde la dirección <http://phet.colorado.edu/en/simulation/my-solar-system> o alternativamente se puede bajar a la computadora (esta opción es más conveniente). Antes de comenzar con la actividad específica, es recomendable tomarse unos minutos para familiarizarse con el programa.

Las leyes de Kepler pueden formularse de la siguiente manera:

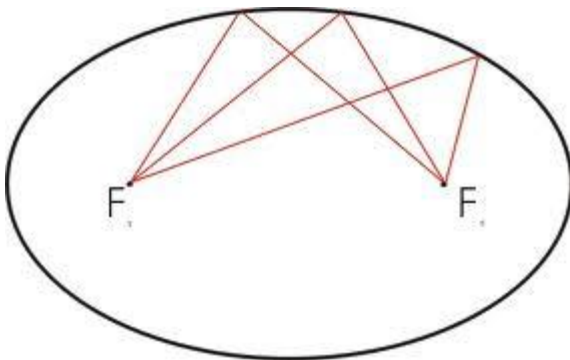
Primera Ley: los planetas recorren trayectorias elípticas, con el Sol en uno de sus focos

Segunda Ley: en su trayectoria alrededor del Sol, los planetas barren áreas iguales en tiempos iguales

Tercera Ley: el cociente entre el cuadrado del período y el cubo del semieje mayor de la elipse es el mismo para todos los planetas.

A los efectos de realizar mediciones cuantitativas, es necesario que el applet funcione a la menor velocidad posible (opcion "accurate" en la escala que está sobre el botón de "Help").

1. Para chequear la primera ley, los alumnos deberán preparar una configuración que conste de un planeta orbitando alrededor del Sol (¿Cómo debe ser la relación entre las masas para simular nuestro sistema solar?). Podrán observar las diferentes trayectorias que se obtienen al comenzar con distintas velocidades iniciales y verificar que se corresponden con elipses.¹ Para ello pueden utilizar la propiedad matemática de que la suma de las distancias desde los focos a un mismo punto de la elipse es constante para todo punto de la misma:



¹ Dependiendo de la posición y velocidad iniciales el “planeta” podría caer sobre el Sol, o alejarse indefinidamente en una trayectoria hiperbólica. Las trayectorias cerradas son elípticas.

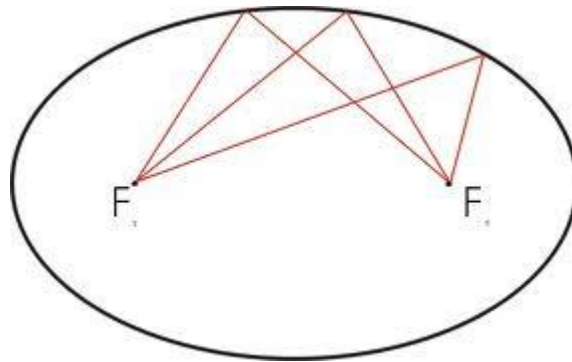


Figura 1: Definición de elipse

Con esto en mente pueden imprimir las distintas trayectorias y medir manualmente esas distancias para varios puntos de la elipse. Otra opción es utilizar la herramienta “Tape Measure” del applet:

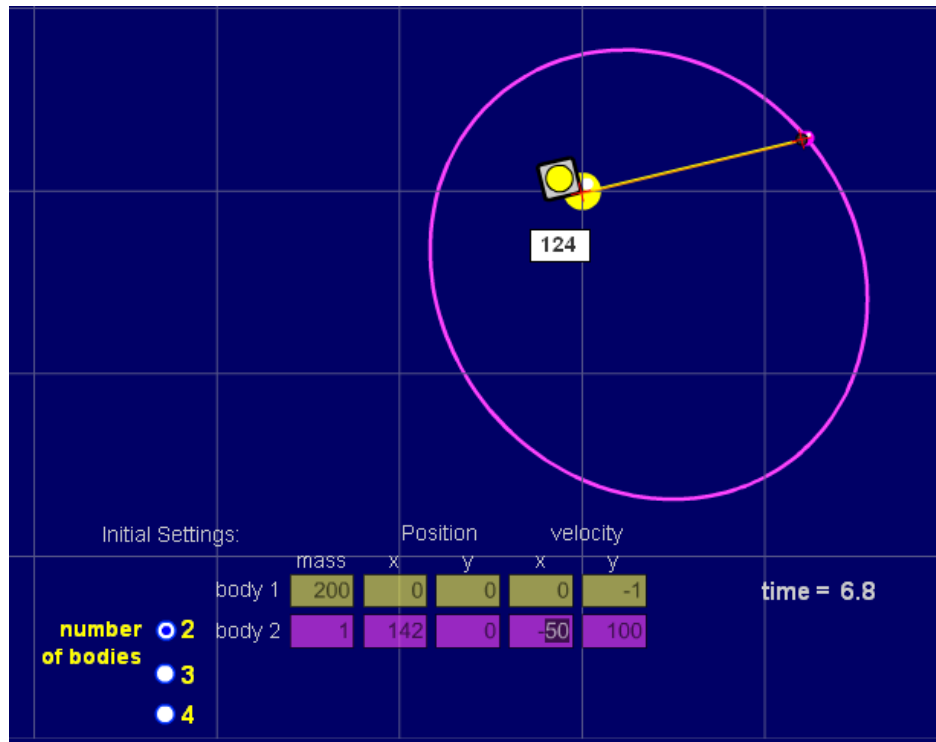


Figura 2: Trayectoria del planeta orbitando alrededor del Sol.

2. A continuación estudiaremos la segunda ley de Kepler. Proponemos dos opciones. La primera es una comprobación directa de la ley, midiendo el área barrida por unidad de tiempo. La segunda es comprobar que el impulso angular del planeta se mantiene constante a lo largo de la trayectoria. La ventaja del primer procedimiento es que es más claro para los alumnos, ya que se verifica directamente el enunciado de la ley. La desventaja es que la precisión del applet hace que los resultados sean sólo aproximados. El segundo procedimiento es más preciso, aunque hace falta discutir en clase porqué la conservación del impulso angular es equivalente a la ley de las áreas.

a) *Midiendo directamente el área.* Necesitamos medir el área barrida por el segmento que une al sol con el planeta en un determinado intervalo de tiempo. Para ello construir un sistema como el del ítem 1. Utilizando un sistema de referencia centrado en el sol determinar la posición del planeta distintos momentos y ubicar los puntos en un mismo gráfico:

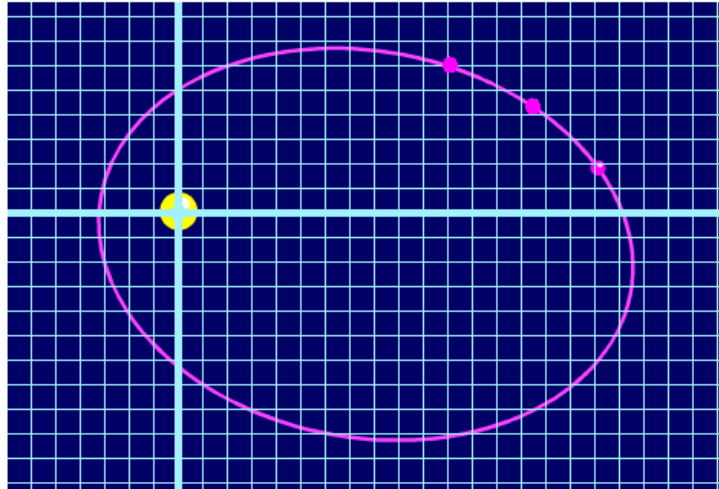


Figura 3: Sistema de referencia mediante el cual podemos ubicar en un mismo gráfico la posición del planeta en distintos instantes de tiempo.

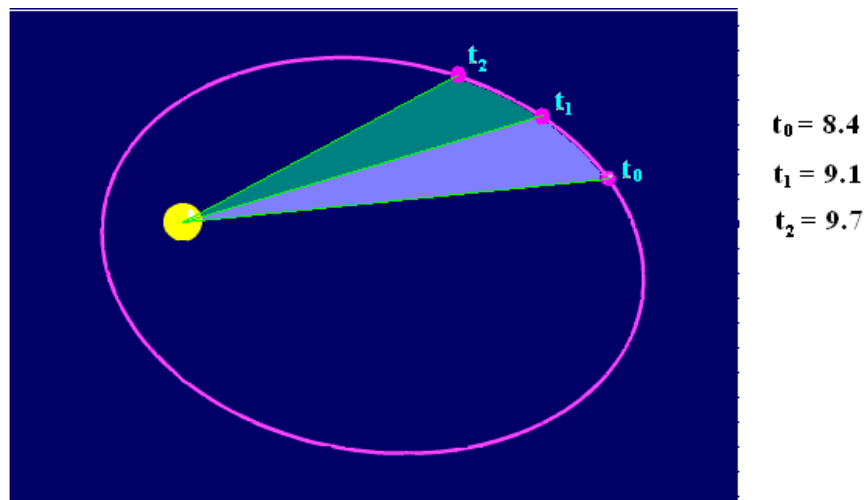


Figura 4: Áreas a medir para estudiar la segunda Ley de Kepler.

Para medir las áreas podemos utilizar un software de diseño gráfico (Paint sirve perfectamente): dividir las áreas con una cuadrícula y contar la cantidad de cuadros correspondientes a cada área. Alternativamente se pueden aproximar las áreas barridas por triángulos:

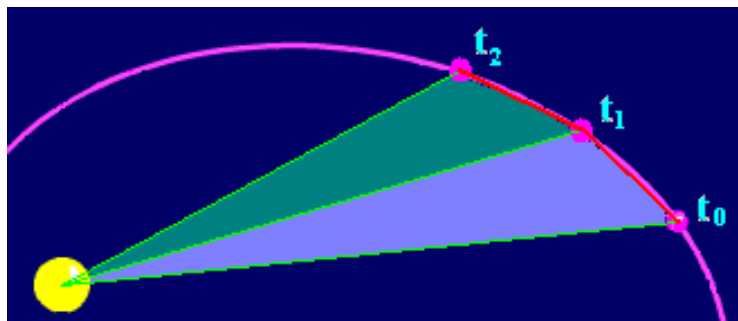


Figura 5: Método alternativo para determinar el área barrida por un planeta orbitando alrededor del Sol.

En este caso es necesario que los intervalos temporales deben ser suficientemente cortos.

Hay que tener en cuenta que es difícil detener la simulación en intervalos de tiempo equidistantes. Por lo tanto, se sugiere que en lugar de medir el área para intervalos temporales iguales, se calcule el cociente $\text{Area}/\Delta t$, y se verifique que esta cantidad se mantiene constante a lo largo de la trayectoria.

Una vez concluido este análisis, es interesante debatir acerca de cómo es la velocidad del planeta durante toda la órbita ¿La velocidad es constante? ¿Es mayor o menor cuando está más cerca del Sol?

b) Conservación del impulso angular. El impulso angular (L) del planeta tiene sólo componente perpendicular al plano de la órbita y está dado por

$$\frac{L}{M} = x v_y - y v_x$$

donde (x,y) son las coordenadas del planeta, (v_x, v_y) las componentes de su velocidad y M su masa. Se puede demostrar que ley de las áreas es equivalente a la conservación del impulso angular. Para chequear que L/M es constante, se puede proceder de la siguiente manera: detener el applet en distintos puntos sobre la trayectoria. En cada punto, colocando el ratón sobre el planeta aparecen en la pantalla las coordenadas y las componentes de la velocidad. Utilizando una hoja de cálculo calcular L/M en distintos puntos y verificar que su valor no cambia a lo largo de la trayectoria.

3. Para “descubrir” la tercera ley de Kepler utilizaremos el applet para simular una configuración de varios planetas orbitando alrededor del Sol. De esta manera, podremos determinar el período (T) de cada trayectoria y, con la herramienta “Tape Measure”, la longitud del semieje mayor de la elipse (R). Una manera útil de analizar estos datos es utilizar una hoja de cálculo y graficar $\log T$ vs $\log R$. Utilizando la opción *línea de tendencia* sobre el gráfico los alumnos deberían obtener que la pendiente de la recta es aproximadamente $3/2$. A partir de ese resultado es fácil deducir que el cuadrado del período es proporcional al cubo del semieje mayor. Este mismo análisis puede realizarse con los valores reales de la tabla de la Actividad 2.

4. ¿Cuándo son válidas las leyes de Kepler? Para responder esta pregunta podemos recurrir a las simulaciones. Los alumnos deberían analizar las consideraciones que tuvieron en cuenta en los ítem anteriores y preparar en el applet configuraciones que no las respeten (masa del

Sol comparable a la de los planetas, planetas con trayectorias cercanas). De esta manera se podrán encontrar situaciones donde las Leyes de Kepler no son ni siquiera aproximadamente válidas.

5. Vimos en la Actividad 2 que uno de los planetas más alejados del centro del sistema solar es Neptuno. La historia del descubrimiento de este planeta es muy interesante ya que, a diferencia de los demás, fue descubierto antes de ser visto! Resumidamente, su hallazgo se vio vinculado con el comportamiento del planeta Urano, que fue el último planeta descubierto con anterioridad a Neptuno. Un gran número de astrónomos dedicaba su tiempo a investigar su comportamiento. Sin embargo, con el paso de los años se notó que Urano no seguía exactamente la órbita calculada. ¿Habría sido golpeado por un cometa con posterioridad a su descubrimiento? ¿Tendría algún satélite muy masivo? ¿Las leyes de Newton fallaban a grandes distancias? ¿Existía algún planeta desconocido que perturbaba su movimiento? Efectivamente esa era la respuesta correcta. La presencia de un planeta muy masivo, que luego fue llamado Neptuno, perturbaba el movimiento de Urano. Aplicando las leyes de Newton al nuevo sistema (que tenía en consideración al nuevo objeto) fue posible predecir correctamente el comportamiento de ambos.

Con esto en mente, se propone utilizar el applet para preparar una simulación que permita “descubrir” la existencia de un planeta a partir de desviaciones en la trayectoria de otro planeta. La idea es simplemente verificar que en una configuración Sol + 2 planetas, la trayectoria del planeta más cercano al Sol se ve modificada por la presencia del planeta más alejado.

Actividad 4: Explicando las leyes de Kepler

Mencionamos anteriormente que es posible hacer una deducción formal de las leyes de Kepler teóricamente a partir de la ley de gravitación universal. Proponemos deducir la tercera ley en una situación simplificada en la que los planetas poseen órbitas circulares a alrededor del Sol. Para ello son necesarios conocimientos mínimos de Movimiento Circular Uniforme y Dinámica. Para la deducción considere un sistema como el de la figura 6:

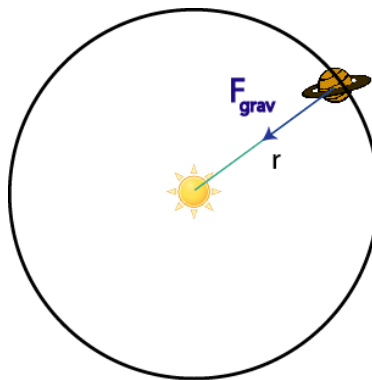


Figura 6: Diagrama de cuerpo libre para un planeta orbitando alrededor del Sol

Este sistema consiste de un planeta que se mueve con velocidad v en una órbita circular alrededor del Sol. Los alumnos pueden plantear la segunda ley de Newton y encontrar una relación entre la velocidad v y la distancia r . Finalmente, relacionado v con el período de la órbita del planeta podrán deducir la tercera ley.

Llegado este punto es interesante conversar con los alumnos acerca de los diferentes métodos que utilizan los científicos para descubrir y validar las leyes naturales.

Cierre

Las leyes de Kepler son válidas cuando la masa del Sol es mucho mayor que la de los planetas y cuando puede despreciarse la interacción gravitacional entre los planetas. Las “desviaciones” de las leyes de Kepler pueden explicarse a partir de la ley de gravitación universal, tal como se observa al simular el movimiento de planetas en situaciones donde no se cumplen las hipótesis anteriores.

La ley de gravitación universal de Newton también tiene un rango de validez limitado: las velocidades involucradas deben ser mucho menores que la de la luz, y campo gravitacional no muy intenso. Tal como se discutió en la Actividad 2, Einstein realizó un aporte importante al conocimiento de la interacción gravitatoria a través de su Teoría General de la Relatividad. Para cerrar la actividad, proponemos que los alumnos busquen información sobre correcciones relativistas, es decir fenómenos que se han observado y que no pueden ser descritos a través de la ley de gravitación universal pero sí a través de la teoría general de Einstein (por ejemplo, el avance del perihelio de Mercurio y la deflexión de la luz por el sol). Esta información puede ser el punto de partida para debatir acerca del carácter aproximado de las leyes físicas.

Autores: Cecilia Laborde, Diego Mazzitelli. Departamento de Física-Facultad de Ciencias Exactas y Naturales-Universidad de Buenos Aires