FÍSICA TEÓRICA 1 - 2do. Cuatrimestre 2009

Inducción y Cuasiestacionario. Conductores. Teoremas de Conservación.

I.Problemas

1. Utilizar el tensor de Maxwell para encontrar:

   a) La fuerza entre dos cargas iguales, que pueden ser del mismo signo o no.

   b) La fuerza por unidad de longitud con que interactúan dos cables paralelos muy largos, por los que circulan corrientes iguales. Considere los dos casos: sentidos iguales y sentidos opuestos de circulación.

2. Una esfera conductora de radio a, está conectada a potencial V. Calcular la fuerza que tiende a separar sus dos hemisferios usando el tensor de Maxwell. Comparar con el resultado obtenido a partir de la fuerza de Lorentz.

3. Una esfera conductora de radio a, descargada, está ubicada en un campo externo uniforme.

   a) Calcular la fuerza que tiende a separar sus dos mitades.

   b) ¿Cómo se modifica la fuerza calculada en el punto anterior si la esfera tiene carga Q?

4. Se tiene una espira circular de radio a, resistencia R, y coeficiente L de autoinducción, perpendicular a un campo magnético uniforme. Si el campo se apaga exponencialmente, es decir

$$B(t) = B_0\, e^{-t/\tau}$$

   donde τ es una constante de tiempo, calcular la corriente $I(t)$ inducida en la espira (se desprecia el efecto del campo magnético de la espira sobre las fuentes del campo exterior).

5. Un solenoide infinito de radio a y n vueltas por unidad de longitud está recorrido por una corriente de la forma $I = I_0 \sin(\omega t)$. Calcular los campos magnético y eléctrico en todo punto del espacio, utilizando la aproximación cuasiestacionaria.

6. En la práctica, un solenoide es en realidad una hélice. Puede suponerse que la corriente circulante es la superposición de una longitudinal y una transversal. Considerando que la corriente que circula vale $I = I_0 \cos(\omega t)$ y que el número de espiras por unidad de longitud es n:

   a) Encuentre las componentes longitudinal y transversal en que puede descomponerse la corriente total.

   b) En la aproximación cuasiestacionaria y despreciando los efectos de borde calcule los campos $\mathbf{E}$ y $\mathbf{B}$ en todo punto del espacio.

7. Un condensador está formado por dos placas circulares de radio a, separadas por una distancia h mucho menor que a. Entre las placas hay vacío. El condensador está conectado a un circuito por el que circula una corriente $I = I_0 \sin(\omega t)$. Calcule los campos eléctrico y magnético entre las placas del mismo, despreciando efectos de borde. (Observación: En la aproximación cuasiestacionaria, al efectuar el desarrollo en potencias de ω, la serie es convergente y puede relacionarse con las funciones de Bessel).

8. Por un conductor cilíndrico, macizo, de radio a y conductividad σ, que puede considerarse de longitud infinita, circula una corriente alterna del tipo $I = I_0 \cos(\omega t)$. Bajo la aproximación cuasiestacionaria, calcule: ($\mu = \epsilon = 1$)

   a) Los campos $\mathbf{E}$ y $\mathbf{B}$ en el interior del conductor.

   b) La densidad de corriente $\mathbf{j}$ y el promedio temporal de la potencia disipada por efecto Joule, por unidad de longitud.

   c) Estudie cualitativamente los casos límites de la distribución de $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ cuando $\delta/a \gg 1$ y $\delta/a \ll 1$, donde δ es el espesor pelicular ("skin depth").

9. Se tiene una cáscara esférica conductora de radio interior a y radio exterior b, caracterizada por una conductividad σ y una constante dieléctrica ϵ. Sobre la cara interior de la cáscara, se ha depositado una densidad superficial de carga uniforme Σ. Si a $t = 0$ se permite que el sistema evolucione,

   a) Encontrar el campo eléctrico, la densidad de corriente y la densidad de carga como funciones del tiempo.

   b) Encontrar la evolución de la energía en función del tiempo, y demostrar que la variación de energía entre $t = 0$ y $t = \infty$ es igual a la energía disipada por efecto Joule.

10. *Corrientes de Foucault*: Se coloca una esfera de radio a y conductividad σ en un campo magnético externo variable $\mathbf{B}_{\text{ext}} = \mathbf{B}_e e^{-i\omega t}$, que puede considerarse uniforme. Calcular la potencia que se disipa en la esfera como consecuencia de las corrientes de Foucault que se inducen en ella, bajo la aproximación cuasiestacionaria y de buen conductor.

11. Movimiento de un conductor en un campo magnético: Una esfera de radio a y conductividad σ gira con velocidad angular ω uniforme alrededor de uno de sus diámetros ($4\pi\sigma \gg \omega$), que es perpendicular a un campo magnético externo estático y uniforme. Calcular los campos eléctrico y magnético dentro del conductor en la aproximación que el movimiento del conductor es no-relativista. Sugerencia: Pasar a un sistema fijo al conductor, en cuyo caso a primer orden en v/c (ver *Landau & Lifshitz* vol VIII, 49 o *Panofsky & Phillips* 9-3), los campos se transforman según:

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} \qquad \mathbf{B}' = \mathbf{B} - \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{E}$$

    de tal modo que el problema se convierte en el de un conductor quieto en un campo externo variable (despreciando la excitación de corrientes por aceleración, que aparecen en el orden siguiente).

12. *Inducción unipolar*: Un imán esférico con $\mathbf{M} = M_0 \hat{z}$ gira con velocidad angular $\omega = \omega \hat{z}$. Calcular la fuerza electro-motriz inducida que aparece entre los extremos de un conductor, conectados al polo y al ecuador. *Sugerencia*: idem problema anterior.

13. Un capacitor plano paralelo se carga lentamente. Mostrar que el flujo del vector de Poynting a través de la superficie lateral es igual al incremento de la energía almacenada por unidad de tiempo. Despreciar efectos de borde.

14. Calcular la presión que experimenta la superficie lateral de un solenoide largo y recto de radio a y n vueltas por unidad de longitud recorrido por una corriente constante I. Analizar también el caso en que $I = I_0 \sin(\omega t)$, en la aproximación cuasiestacionaria, mostrando que la variación en la energía del campo magnético en el solenoide es igual al flujo del vector de Poynting a través de su superficie lateral.

15. Calcular el momento angular del campo electromagnético del sistema formado por dos cáscaras esféricas metálicas concéntricas, de radios a y b respectivamente, con carga $+q$ en la esfera interior y $-q$ en la exterior, y un dipolo magnético $\mathbf{m}$ en el centro de las esferas.

Preguntas Conceptuales

1. ¿Siguen valiendo los mismos argumentos de simetría para los campos eléctrico y magnético en el caso dinámico?

2. ¿Cuál es la idea de resolver problemas dinámicos mediante la aproximación cuasiestacionaria? ¿Qué ventajas presenta?

3. Supongamos un problema en el que se plantea calcular el $\mathbf{B}^{(1)}$ que resulta de un $\mathbf{E}^{(0)}$ radial. Según lo que se sabe de la guía de repaso, por simetría, $\mathbf{B}^{(1)} = 0$. Ahora bien, entonces: $0 = \nabla \times \mathbf{B}^{(1)} = f(r)\hat{r} \neq 0$ donde $f \propto \partial_t \mathbf{E}$. ¿Dónde falla el razonamiento? Esta dificultad debería haber surgido en el problema 8.

4. El $\mathbf{E}^{(1)}$ del problema 6 tiene componentes que van como $\ln(r)$ en el exterior de la distribución. Por lo tanto, para r suficientemente grande, el campo eléctrico crece sin límite. ¿Es correcto concluir que el campo eléctrico diverge en el infinito?

5. En el problema 11, una vez que uno pasa a un sistema fijo al conductor, ¿puede suponerse que el régimen es cuasi-estacionario? Justificar.

6. ¿Qué diferencia hay entre calcular la fuerza sobre una distribución dada usando el tensor de Maxwell y la fuerza de Lorentz?

7. ¿En qué casos puede calcularse la fuerza sobre una distribución integrando el flujo del tensor de Maxwell?

8. 8. ¿De qué manera conviene tomar los ejes de coordenadas en un punto dado, para que el tensor de Maxwell (eléctrico o magnético) sea diagonal en esa base? ¿Cómo ayuda esto para elegir la superficie de integración?

9. ¿ Cuál es la solución de la paradoja de Feynman? (ver Feynman Vol.2, 17-4).