Física Teórica 1 - 2do Cuatrimestre de 2009

Radiación.

I. Problemas

1. Determinar la distribución angular de potencia irradiada por una partícula cargada que realiza un movimiento rectilíneo con velocidad arbitraria.

2. Una partícula cargada efectúa un movimiento circular uniforme con frecuencia ω. Calcular $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$, el valor medio temporal de la distribución de potencia y la intensidad total irradiada por ciclo.

3. Una varilla delgada de longitud $2L$ rota con velocidad angular $\omega/2$ alrededor de un eje perpendicular que pasa por su centro. En los extremos de la varilla hay dos cargas puntuales idénticas (carga e). Halle

   a) el momento dipolar eléctrico;

   b) el momento dipolar magnético;

   c) el momento cuadripolar eléctrico;

   d) la potencia total irradiada en la aproximación de onda larga.

4. Un dipolo eléctrico rota en el plano (x, y) con frecuencia ω.

   a) Calcular la componente z del momento angular del campo electromagnético que atraviesa la superficie de una esfera de radio R centrada en el dipolo, usando que

   $$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = c\int(\mathbf{r}\times\mathbf{g})\,R^2\,d\Omega$$

   donde $\mathbf{g}$ es la densidad de momento lineal.

   b) Calcular la potencia total irradiada.

   c) Calcular el cociente entre L_z y la energía que atraviesan por unidad de tiempo la superficie, promediados sobre un período de rotación del dipolo. Discutir este resultado considerando que la radiación está compuesta por fotones de energía $\hbar\omega$.

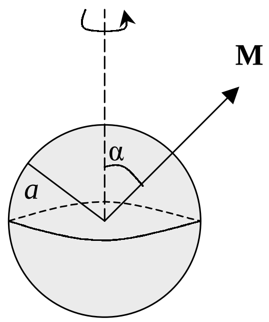
5. Se tiene un conductor recto y delgado de longitud l alimentado por una fuente de frecuencia ω localizada en su centro. Se desprecia la resistencia. Calcular la potencia irradiada por unidad de ángulo sólido y la potencia total irradiada. Determinar en qué dirección es máxima la radiación, y cómo es la polarización de la radiación en esa dirección.

6. Idem problema anterior, pero para una espira circular de radio a con corriente $I = I_0\,e^{i\omega t}$.

7. Una esfera de radio a con magnetización uniforme $\mathbf{M}$ rota con velocidad angular constante alrededor de un eje que pasa por el centro de la esfera y forma un ángulo α con $\mathbf{M}$.

   a) Calcular $\mathbf{E}$ y $\mathbf{B}$, la distribución angular de potencia y la intensidad total irradiada por período.

   b) A una distancia $d \gg a$ sobre el eje z se coloca un “molinito” con una paleta totalmente absorbente y otra totalmente reflejante. Calcular la cupla inicial sobre el eje del “molinito”. ¿Qué aproximaciones es necesario realizar (al menos 3!)?



8. Una partícula no relativista de carga ze, masa m y energía cinética E choca con un campo de fuerzas fijo y central. La interacción es repulsiva y está descrita por un potencial $V(r)$ el cual es mayor que E a distancias cortas.

   a) Mostrar que la energía total irradiada está dada aproximadamente por
   $$\Delta W = \frac{4}{3}\frac{z^2\, e^2}{m^2 c^3}\sqrt{\frac{m}{2}}\int_{r_{\min}}^{\infty}\left|\frac{dV}{dr}\right|^2 \frac{dr}{\sqrt{V(r_{\min}) - V(r)}},$$
   donde $r_{\min}$ es la menor distancia de máximo acercamiento en el choque.

   b) Mostrar que para una interacción coulombiana $V(r) = zZe^2/r$ la energía total irradiada es
   $$\Delta W = \frac{8}{45}\frac{zmv_0^5}{Zc^3}$$
   donde v_0 es la velocidad de la carga en el infinito.

9. Una carga q realiza un movimiento armónico sobre el eje z descrito por $z(t') = a\cos\omega_0 t'$

   a) Mostrar que la potencia instantánea irradiada por unidad de ángulo sólido es
   $$\frac{dP(t')}{d\Omega} = \frac{e^2 c\beta^4}{4\pi\, a^2}\,\frac{\sin^2\theta\, \cos^2\omega_0 t'}{(1+\beta\cos\theta\sin\omega_0 t')^5}$$
   donde $\beta = a\omega_0/c$.

   b) Promediando temporalmente mostrar que
   $$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{e^2 c\beta^4}{32\pi\, a^2}\,\frac{4+\beta^2\cos^2\theta}{(1-\beta^2\cos^2\theta)^{7/2}}\,\sin^2\theta.$$

   c) Compare las distribuciones angulares para los casos no relativista y relativista.

10. Una partícula de carga $-e$ y masa m gira alrededor de otra mucho más pesada de carga Q. El radio de la órbita circular es inicialmente R.

    a) Estimar el tiempo que tarda la partícula en caer al centro de la órbita debido a la pérdida de energía por radiación.

    b) Calcular el número de vueltas que realiza antes de caer.

11. Se tiene una carga q enhebrada en un alambre de longitud a, que oscila en forma armónica con frecuencia ω. A una distancia D se encuentra una interfase con un medio dieléctrico de índice n. A una distancia d de la interfase ($d \ll D$) hay otra carga del mismo valor enhebrada en otro alambre de longitud b.

    Calcular la amplitud del movimiento de la primer carga para que la segunda no tenga una amplitud mayor que b (no se salga del alambre...). Despreciar los campos producidos por la segunda carga.

12. **Dispersión de Thomson*

Cuando una onda plana incide sobre un electrón libre, el electrón oscila e irradia ondas electromagnéticas, provocando una dispersión en todas direcciones de la onda original. Calcular la sección eficaz de dispersión suponiendo que la onda incidente es linealmente polarizada, que el movimiento del electrón es no-relativista, y despreciando el impulso transferido al electrón en la dirección de propagación de la onda. Resolver primero la ecuación de movimiento del electrón sometido al campo eléctrico de la onda incidente, y encontrar luego los campos de radiación debidos al movimiento del electrón. Calcular entonces la sección eficaz diferencial (por unidad de ángulo sólido) definida como:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\textit{Energía irradiada por el electrón por unidad de ángulo sólido y de tiempo}}{\textit{Flujo de energía incidente de la onda plana}},$$

y la sección eficaz total, $\sigma = \int d\Omega (d\sigma/d\Omega)$.

13. **Radiación Cerenkov*

   a) Demostrar que la onda de choque electromagnética emitida por un electrón que se mueve a velocidad v mayor que la velocidad de la luz en un medio con índice de refracción n ($v > c/n$) se concentra formando un ángulo θ_c respecto a la dirección de movimiento de la partícula, con
   $$\cos\theta_c = \frac{c}{nv}$$

   b) Comprobar que un espejo esférico de radio de curvatura R focaliza la onda de choque en un anillo en el plano focal del espejo. Encontrar el radio de dicho anillo.

II. Preguntas conceptuales

1. ¿Cual es la característica fundamental de los campos de radiación?

2. ¿Qué relación cumplen los campos de radiación eléctrico y magnético suficientemente lejos de sus fuentes?

3. Para un conjunto de n electrones libres en movimiento arbitrario, puede demostrarse (hacerlo en no más de dos renglones) que el momento dipolar eléctrico total es proporcional a la posición del centro de masa del sistema. Por lo tanto, (demostrar!) no hay radiación dipolar eléctrica. Además, también se demuestra (realizarlo, pues) que tampoco hay radiación dipolar magnética (ya que $\mathbf{m} \propto \mathbf{L}$, donde $\mathbf{L}$ es el momento angular del sistema).

Por lo tanto, electrones acelerados no irradian. ¿¿ ??

4. Si calculamos los campos de radiación hasta el orden dipolar magnético, ¿qué términos debemos considerar?