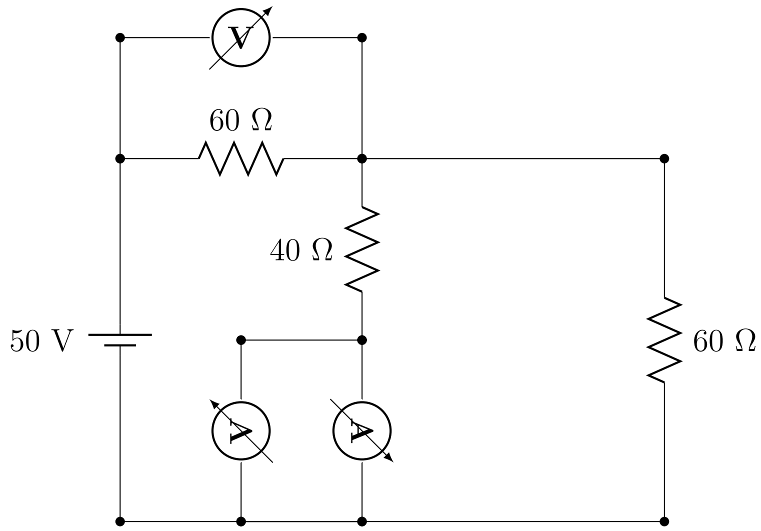
Examen 5$^{\text{to}}$ año CNBA – Marzo 2020

1. (a) Llave LL1 cerrada y llave LL2 abierta:

El amperímetro anula a la resistencia de 30 Ω y también al voltímetro (estan en paralelo), por lo que el circuito resulta:



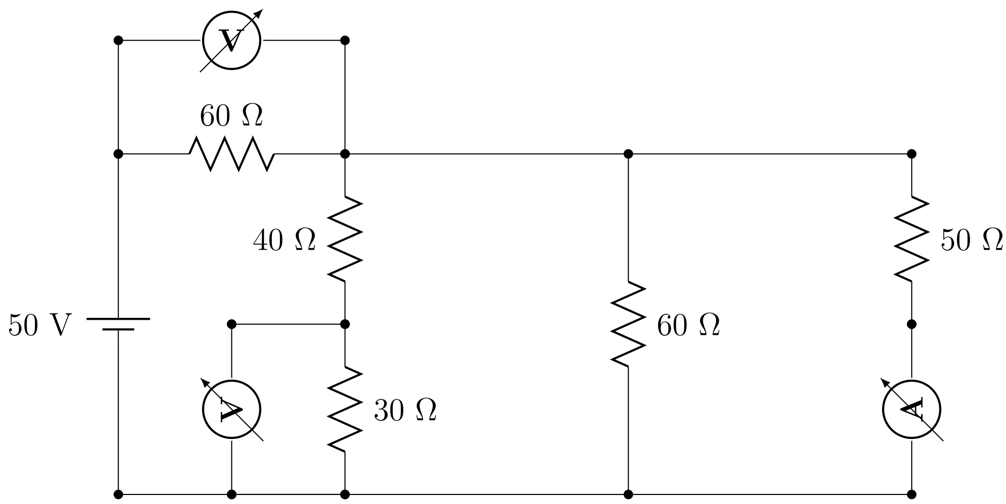
Calculamos la resistencia total que consiste en

$$
\begin{aligned}
R_T &= 60 + 40||60 = 60 + \frac{40\times 60}{40+60} = 84\,\Omega\,. \\
I_T &= \frac{V}{R_T} = \frac{50}{84} = 0.5952\,\mathrm{A}\,. \\
V_{60} &= I_T \times 60 = 35.7143\,\mathrm{V}\,. \\
V_{40} &= 50 - 35.7143 = 14.2857\,\mathrm{V}\,. \\
I_{40} &= \frac{V_{40}}{40} = 0.357143\,\mathrm{A}\,.
\end{aligned}
$$

Por lo tanto, el voltímetro superior mide $V_{60} = 35.7143$ V, el inferior mide $V_{30} = 0$ V, y el amperímetro marca $I_{40} = 0.357143$ A.

(b) Llave LL1 cerrada y llave LL2 cerrada:

El circuito resultante es:



$$
\begin{aligned}
R_{70}||R_{60}||R_{50} &= \frac{70\times 60 + 70\times 60 + 60\times 50}{70\times 60\times 50} = 19.6262\,\Omega\,. \\
R_{tot} &= 60 + 19.6262 = 79.6262\,\Omega\,. \\
I_{tot} &= \frac{V}{R_{tot}} = \frac{50}{79.6262} = 0.6279\,\mathrm{A}\,. \\
V_{60} &= I_{tot}\times 60 = 37.676\,\mathrm{V}\,. \\
V_{50} &= 50 - 37.676 = 12.324\,\mathrm{V}\,. \\
I_{50} &= \frac{V_{50}}{50} = 0.24648\,\mathrm{A}\,. \\
I_{60} &= \frac{V_{50}}{60} = 0.2054\,\mathrm{A}\,. \\
I_{70} &= \frac{V_{50}}{70} = 0.1761\,\mathrm{A}\,. \\
V_{30} &= I_{70}\times 30 = 5.2817\,\mathrm{A}\,.
\end{aligned}
$$

Por lo tanto, el voltímetro superior mide $V_{60} = 37.676$ V, el inferior mide $V_{30} = 5.2817$ V, y el amperímetro marca $I_{50} = 0.24648$ A.

2. En el selector de velocidades, sólo permanecen sin desviarse las partículas para las cuales la fuerza de Coulomb (del campo eléctrico) se iguale a la fuerza de Lorentz (magnético), es decir

$$F_E = qE \implies F_M = qvB\,,$$

lo que determina la velocidad de las partículas seleccionadas

$$v = \frac{E}{B} = \frac{2.6 \times 10^4\,\mathrm{N/C}}{0.035\,\mathrm{T}} = 7.43 \times 10^5\,\mathrm{m/s} = 0.0025\,c$$

donde c es la velocidad de la luz (siempre comprobar que $v < c$!).

En la cámara de desviación, se cumple que la fuerza centrípeta es igual a la fuerza de Lorentz:

$$\frac{m\,v^2}{r} = qvB$$

lo que determina el radio de la trayectoria

$$r = \frac{mv}{qB}\,.$$

Para el ión Hidrógeno (es decir, un protón), el radio es

$$r_H = \frac{m_p\,v}{q_p\,B} = \frac{1.67 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg} \times 7.43 \times 10^5\,\mathrm{m/s}}{1.60 \times 10^{-19}\,\mathrm{C} \times 0.035\,\mathrm{T}} = 0.2216\,\mathrm{m} = 22.2\,\mathrm{cm}\,.$$

El mismo cálculo para el Deuterio (un protón y un neutrón) resulta en $r_D =$ 44.4 cm, y para el Tritio $r_T = 66.5$ cm. La distancia de separación entre el Hidrógeno y el Deuterio es

$$d_{HD} = 2(r_D - r_H) = 44.4\,\mathrm{cm}\,,$$

que es la misma distancia de separación entre el Deuterio y el Tritio.

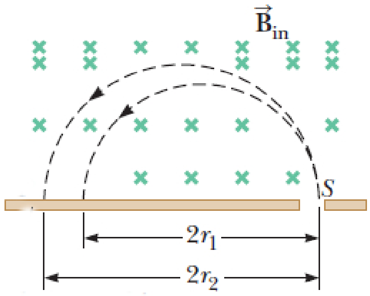


Figure 1: Problema 2

3. La fuerza electromotriz se calcula con la variación del flujo en el tiempo (ley de Faraday), y particularmente como (ley de Lenz):

$$\Delta V = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} .$$

En este caso, el flujo cambia porque cambia el área, y en particular, porque avanza hacia el campo a una velocidad v:

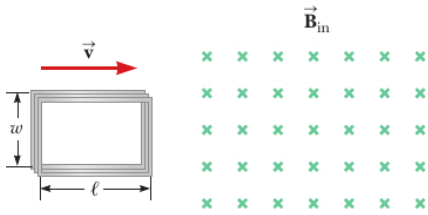


Figure 2: Prob. 3.

$$\Delta V = -N \frac{B\, w\, \Delta l}{\Delta t} = -N\, B\, w\, v .$$

Las corrientes entonces se calculan de la siguiente manera:

(a) Cuando la bobina está completamente afuera del campo, el flujo $\phi = 0$, y su variación $\Delta\phi$ también lo es. Por lo tanto $I = 0$.

(b) Cuando la bobina está entrando al campo:

$$|\Delta V| = N\, B\, w\, v = 10^3 \times 10^{-3}\, \mathrm{T} \times 0.1\, \mathrm{m} \times 10\, \mathrm{m/s} = 1\, V .$$

En este caso, $I = \frac{V}{R} = \frac{1\,\mathrm{V}}{100\,\Omega} = 0.01$ A $= 10$ mA. El flujo aumenta en la dirección entrante a la hoja. Por lo tanto, se genera una corriente que tiende a compensar este aumento, con un flujo saliente. Por ello, el sentido de la corriente será antihorario.

(c) Cuando la bobina está completamente adentro del campo, el flujo no varía, por lo tanto, $I = 0$.

(d) Cuando la bobina comienza a salir del campo, la variación del flujo se calcula igual que cuando entra $I = 0.01$ A, pero ahora el signo de la corriente es inverso (horario).

4. Los módulos de las fuerzas en sentido $\hat{x}$ e $\hat{y}$ son iguales, en un caso van hacia la derecha, y las otras hacia arriba. Calculamos las fuerzas hacia la derecha:

$$
\begin{aligned}
F_{3q} &= k_0 \frac{3q\,q}{r^2} \\
F_{3qx} &= k_0 \frac{3q\,q}{r^2}\frac{a}{r} = k_0\, 3q^2\, \frac{a}{r^3}\,. \\
F_{2qx} &= k_0 \frac{2q\,q}{a^2}\,.
\end{aligned}
$$

Dado que $r^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$, y entonces $r = \sqrt{2}a$, la suma total de las fuerzas en sentido $\hat{x}$ es:

$$
\begin{aligned}
F_x &= F_{3qx} + F_{2qx} = k_0\, q^2 \left(3\frac{a}{r^3} + \frac{2}{a^2}\right) = \\
&= k_0\, q^2 \left(3\frac{a}{\sqrt{8}a^3} + \frac{2}{a^2}\right) = \\
&= k_0\, \frac{q^2}{a^2} \left(\frac{3}{\sqrt{8}} + 2\right) = 8.99 \times 10^9 \left(\frac{2\times 10^{-6}}{5 \times 10^{-3}}\right)^2 3.061 = 4401\,\mathrm{N}\,.
\end{aligned}
$$

Como dijimos, $F_y = F_x = 4401$ N, hacia arriba.

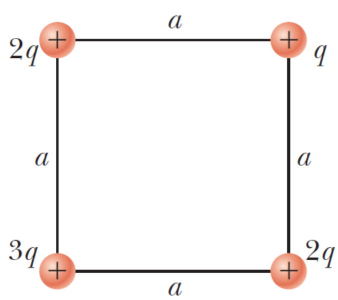


Figure 3: Prob. 4.