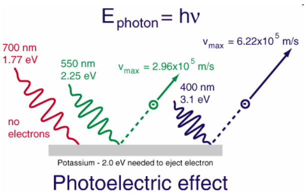
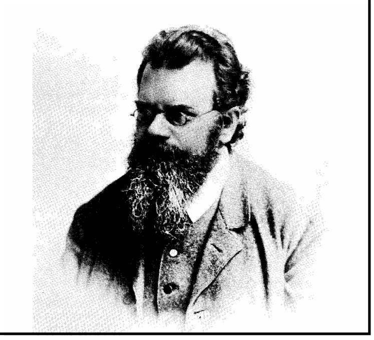
Q_2

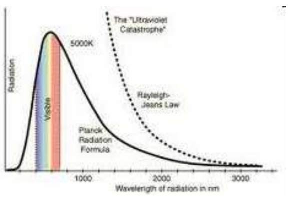


Repaso Black Body Radiation



Rayleigh-Jeans

La idea fundamental es pensar un contendor isotermico y pensar que la radiacion en equilibrio (tambien se piensa en osciladores en la superficie) se representa por un conjunto de ondas estacionarias y a cada uno de estos osciladores se le asigna energia segun equiparticion



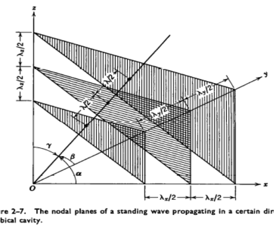
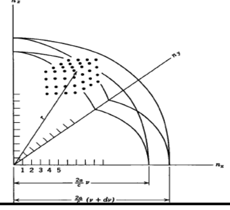


Figure 2-7. The nodal planes of a standing wave propagating in a certain direction in a cubical cavity.



Calcularon el numero de nodos de radiacion electromagnetica dentro de un contenedor cubico de lado a y obtuvieron

$$N(\nu)d\nu = \frac{8\pi a^3 \nu^2 d\nu}{c^3}$$

Tomando en cuenta **equiparticion** y calculando por unidad de volumen

$$\boxed{\rho_T(\nu)d\nu = \frac{8\pi\, \nu^2\, kT}{c^3}d\nu}$$

Con

$$\boxed{\nu = c/\lambda \Rightarrow d\nu = -\frac{c}{\lambda^2}d\lambda}$$

y tomando en cuenta que para un cierto intervalo en ν le corresponde un cierto intervalo en λ

$$\boxed{-\rho_T(\nu)d\nu = \rho_T(\lambda)d\lambda}$$

Entonces

$$\boxed{\rho_T(\lambda)d\lambda = \rho_T(\nu)\frac{c}{\lambda^2}d\lambda = \frac{8\pi\, c^2\, kT}{c^3\lambda^2}\frac{c}{\lambda^2}d\lambda = \frac{8\pi\, \lambda kT}{\lambda^5}d\lambda}$$

Tiene la forma de la ley de Wien pero...

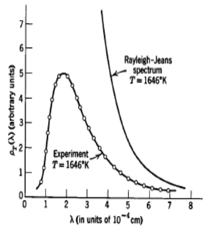


Figure 2-11. A comparison of the Rayleigh-Jeans spectrum and experiment.

Analisis de Planck de Black Body

Dado que el numero de grados de libertad esta calculado correctamente es quizas conveniente reestudiar como es la energia por grado.

Sea un oscilador

$$\epsilon = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}\beta x^2$$

La frecuencia correspondiente es

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\beta}{m}}$$

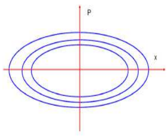
Supongamos muchos osciladores en equilibrio a temperatura T

Desde un punto de vista **clasico** el numero de osciladores en dx y dp (de alli la energia) esta dada por la formula (observar similaridad con la distribucion de Maxwell Boltzmann en realidad el calculo seria el mismo!)

$$\boxed{dN = NC\exp\left(-\frac{\epsilon(x,p)}{kT}\right) dx\, dp}$$

Que quiere decir esto?

Consideremos las curvas de energia constante, (son obviamente elipses)



Un punto en este espacio es un estado de un oscilador

Cuanto mas grande la elipse mas puntos sobre la misma

Cuanto mas grande la elipse el Termino exp(-ε/kT) es mas pequeño

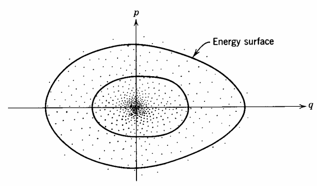


Fig. 7.1 Distribution of representative points in Γ space for the canonical ensemble.

Consideremos dos elipses a ϵ y $\epsilon + \Delta\epsilon$.

Sea $\Delta\epsilon$ muy pequeño, consideremos que en ese intervalo $\exp\left(-\frac{\epsilon(x,p)}{kT}\right)$ puede ser tomado como constante.

Entonces el numero de osciladores en este rango de energías

$$\boxed{\Delta N = NC\exp\left(-\frac{\epsilon(x,p)}{kT}\right) \int\int dx\, dp}$$

Area de la Elipse en (p,q)

El area de la elipse es

$$\boxed{S = \pi p_m x_m}$$

Los maximos se calculan trivialmente

$$x_m = \sqrt{2\epsilon/\beta} \qquad p_m = \sqrt{2m\epsilon}$$

entonces

$$\boxed{S = 2\pi\epsilon\sqrt{m/\beta} = \epsilon/v}$$

El area de una elipse en terminos de ε

Entonces el area asociada a

$$\boxed{\Delta S = S_1 - S_2 = \frac{\epsilon_1}{v} - \frac{\epsilon_2}{v} = \frac{\Delta\epsilon}{v}}$$

El area **ΔS** viene dada en Terminos de Δε

Entonces el numero de osciladores entre las dos elipses:

Observar que Aquí aparece ε

$$\boxed{\Delta N = NC'\exp\left(-\frac{\epsilon(x,p)}{kT}\right)\Delta\epsilon}$$

Con $C' = C/v$

Si quiero calcular la energia media de los osciladores habria que integrar sobre los valores de x y p y dividir por N

Como efectúo esa suma?

Tomamos anillos de area h
El area total bajo el anillo τ será $S = \tau h$

El numero de osciladores en ese anillo (entre ϵ y $\epsilon + \Delta\epsilon$) que llamamos N_τ

$$N_\tau = [NC'\Delta\epsilon]\exp\left(-\frac{\tau h\nu}{kT}\right) = N_0 \exp\left(-\frac{\tau h\nu}{kT}\right)$$

S=τh
S=ε/ν
ε=ν τh

La Energia total es ahora la suma sobre los anillos (el numero en cada anillo por la energia "tipica de la celda"

$$\boxed{E \approx \sum_0^\infty \tau h\nu N_\tau = N_0 h\nu \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)\left[1 + 2\exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right) + 3\exp\left(-\frac{2h\nu}{kT}\right) + \dots\right]}$$

$$\boxed{E \approx N_0 h\nu \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)\left[1 - \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)\right]^{-2}}$$

Del mismo modo el numero total de osciladores es:

$$N = \sum N_\tau = N_0\left(1 + \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right) + \exp\left(-\frac{2h\nu}{kT}\right) + \dots\right)$$

$$\boxed{= N_0\left(1 + \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)\right)^{-1}}$$

Si ahora calculamos la energia media como E/N

$$\langle\epsilon\rangle = \frac{E}{N} = \frac{N_0 h\nu \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)\left[1 - \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)\right]^{-2}}{N_0\left(1 + \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)\right)^{-1}}$$

$$= \frac{h\nu \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)\left(1 + \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)\right)}{\left[1 - \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)\right]^2}$$

$$= \frac{h\nu \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)\left(1 + \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)\right)}{\left[1 - \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)\right]\left[1 + \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)\right]}$$

$$= \frac{h\nu \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)}{\left[1 - \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)\right]} = \boxed{\frac{h\nu}{\left[\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1\right]}}$$

Si hiciecemos el limite $h \to 0$ entonces usando que $\exp(x) = 1 + x + x^2/2 + \dots$ hacemos $\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1 \approx \frac{h\nu}{kT}$ entonces

$$\boxed{\langle\epsilon\rangle = \frac{h\nu}{\frac{h\nu}{kT}} = kT}$$

Hipotesis de Plank

Plank propone dejar h finito o sea que cada anillo involucra un cierto valor de la energia o sea un **espectro discreto de energias**

Tomo la relacion del numero de nodos en una cavidad obtenida por Rayleigh y Jeans

$$dn = 8\pi \frac{d\lambda}{\lambda^4}$$

con

$$\boxed{\langle\epsilon\rangle = \frac{h\nu}{\left[\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1\right]}}$$

Entonces la densidad de energia es

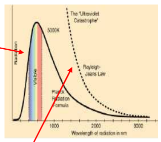
$$\psi_\lambda d\lambda = 8\pi \frac{d\lambda}{\lambda^4}\frac{h\nu}{\left[\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1\right]}$$

con $\nu = c/\lambda$ obtenemos

$$\psi_\lambda = 8\pi hc \frac{1}{\lambda^5} \frac{1}{\left[\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1\right]}$$

Si λT es suficientemente pequeño se puede tirar el -1 del denominador y queda

$$\boxed{\psi_\lambda = 8\pi hc \frac{1}{\lambda^5} \exp\left(-\frac{hc}{\lambda kT}\right)}$$



Esto es la **ley de Wien**

Si por el contrario λT es muy grande
$\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1 \approx \frac{hc}{\lambda kT} + \left[\frac{hc}{\lambda kT}\right]^2 + \ldots$ y queda

$$\psi_\lambda \approx 8\pi hc \frac{1}{\lambda^5} \frac{1}{\frac{hc}{\lambda kT}} = 8\pi kT \frac{1}{\lambda^4}$$

A partir de esto se determina

$$\boxed{h = 6.625 \times 10^{-27} \text{ erg sec}}$$

Entonces

Sea un pendulo "usual"

Sea la masa $1gr.$

Sea la cuerda $10cm$

Sea el desplazamiento angular 0.1

$$E = mgh = 10 \cdot (1. - \cos(0.1)) \cdot 1 \cdot 981 \frac{gr \cdot cm}{s^2} \simeq 49\ erg$$

Cual sera la frecuencia

$$\nu = \frac{\sqrt{98.1}}{2\pi} = 1.58 \frac{1}{s}$$

Luego

$$\boxed{\frac{\Delta E}{E} = \frac{h\nu}{49erg} = \frac{6.625 \cdot 1.58}{49} \cdot 10^{-27} \simeq 2.14 \cdot 10^{-28}}$$

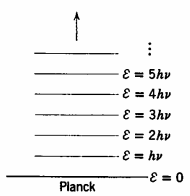
Indetectable!

Postulado de Plank (Eisberg)

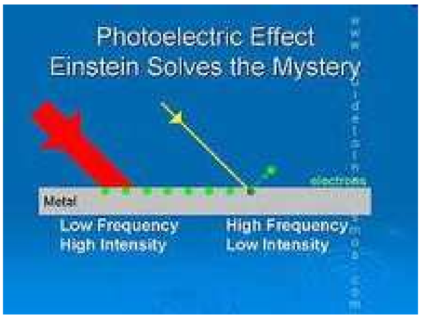
Any physical entity whose single "coordinate" executes simple harmonic oscillations (i.e., is a sinusoidal function of time)† can possess only total energies ε which satisfy the relation

$$\varepsilon = nh\nu, \qquad n = 0, 1, 2, 3, \ldots \qquad (2\text{–}29)$$

where ν is the frequency of the oscillation and h is a universal constant.

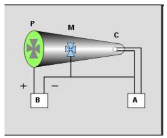


efecto fotoelectrico



El electron

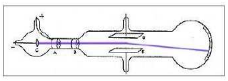
anodo catodo



Presion en el tubo<10^{-6} atm

El electron

JJ Thompson 1897



Experimental : un efecto "extraño" involucrando

Se aplica una diferencia de potencial, uno con agujerito
Para el aparato con gas a muy baja densidad aparece una mancha oscura llega al extremo del tubo y "glows"

a) estos "rayos" calentaban un blanco de platino
b) eran desviados por campos magneticos y electricos
JJ Thompson determino la relacion carga masa en 1897

- coloco un campo electrico como se ve en la figura
- coloco un campo magnetivo perpendicular a la figura.

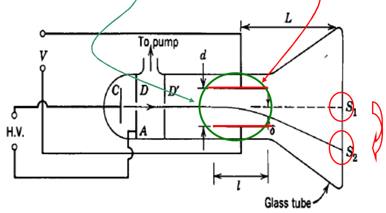


Figure 3-2. An apparatus used to measure the e/m ratio for electrons.

i) Paso 1

-Se aplica el campo electrico → el punto luminoso se desvia

-Se ajusta el campo magnetico para volverlo a no desvio

-Dada una diferencia de potencial V el campo electrico es $E = V/d$. Donde d es la separacion de las placas

-La fuerza neta es 0 al no haber desvio y entonces

$$\boxed{eE = evB}$$

o sea que la fuerza electrica es igual a la magnetica

de aqui se determina la velocidad v

$$\boxed{v = E/B}$$

ii)Paso 2

Se retira el campo magnetico

El punto luminoso se desplaza

Entonces

El campo se aplica sobre una distancia l

El desplazamiento es el efecto de una fuerza eE/m duante un tiempo l/v luego

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2$$

$$\boxed{S = \frac{1}{2}\frac{eE}{m}\left(\frac{l}{v}\right)^2}$$

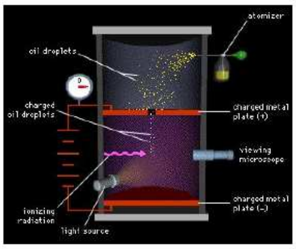
De donde se puede determinar e/m

Se comprobo que era independiente del gas en el tubo y del material de los electrodos y obtuvo

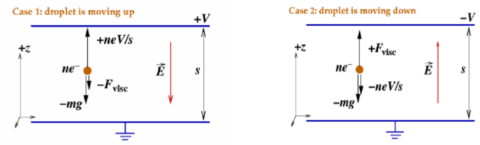
$$\boxed{e/m = 1.7 \times 10^7 \text{ coulomb/gm}}$$

Experimentos de Townsend y Millikan **1909**

Se basaba en el hecho que pequeñas gotas de un liquido que capturan cargas reaccionan ante campos electricos



Fuerzas



Estas gotas cargadas se mueven en un fluido viscoso y bajo la accion de la gravedad y del campo electrico.

Si se mueve hacia arriba $\Rightarrow$

$$\boxed{q_n E - mg - bv = m\frac{dv}{dt}}$$

con

q_n es la carga
E es el campo electrico
m es la masa
b es el termino de friccion viscosa
v es la velocidad

Si se remueve el campo la velocidad terminal esta dada por (dv/dt=0)

$$mg - bv_t = 0 \Rightarrow$$

$$v_t = \frac{mg}{b} \Rightarrow$$

$$\boxed{b = \frac{mg}{v_t}}$$

Con (ρ es la densidad)

viscosidad radio

$$\boxed{b = 6\pi\eta a \text{ y } m = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho}$$

$$\boxed{v_t = \frac{mg}{b} \quad \boxed{\Rightarrow b = \frac{mg}{v_t}}}$$

La velocidad terminal para subir es (dv/dt=0)

$$v_u = \frac{q_n E - mg}{b} \qquad \left[v_t = \frac{mg}{b} \right]$$

$$\boxed{\begin{aligned} v_t + v_u &= \frac{q_n E}{b} = \frac{q_n E}{\frac{mg}{v_t}} \Rightarrow \\ q_n &= \frac{mg}{E}\frac{v_t + v_u}{v_t} \end{aligned}}$$

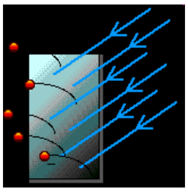
la masa se determina usando stokes sin campo

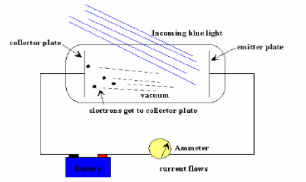
Obtuvo

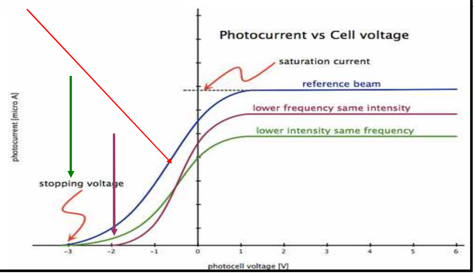
$$\boxed{e = 1.591 \times 10^{-19} coul}$$

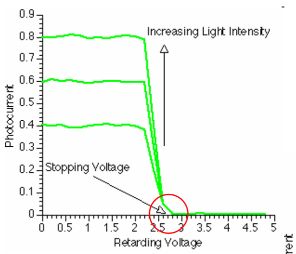
pues no detecto ninguna carga menor.

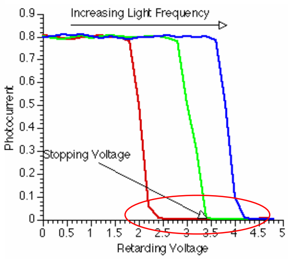
Efecto fotoelectrico

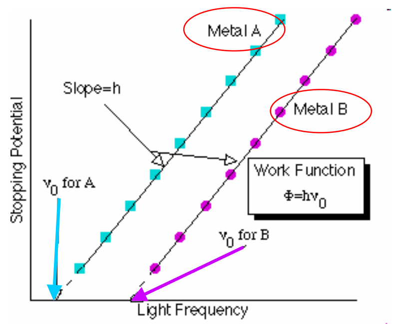










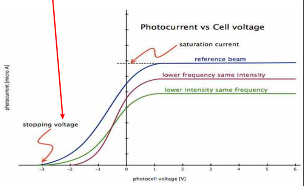


La cuestion es que por la interaccion de la radiacion con la materia sale expulsado algo que luego se demostro que eran electrones

Al variar el potencial aplicado se encuentra que cuando lel mismo alcanza un valor dado (maximo) se "corta la corriente"

$$V = -V_{max}$$

$$E\text{max} = eV_{max}$$



Se supone que los mas energetico son emitidos desde la superficie del metal

Por otro lado encontro que la corriente era proporcional a la intensidad de la luz

Encontro que $V = -V_{max}$ crecia con la frecuencia de la la luz

Encontro que la emision de los electrones era cuasi inmediata

Interpretacion Clasica

Si se interpreta de modo clasico habria que esperar que la energia

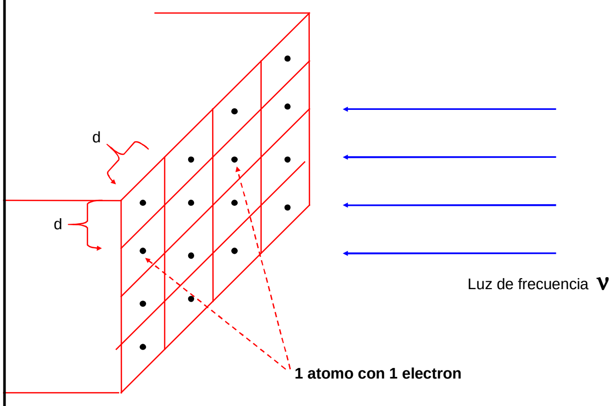
comprendida en el "area asociada" implicaba un tiempo del orden de 100 segundos

Interpretación clásica

a) En electromagnetismo clásico la intensidad del haz de luz aumenta con el Campo ***E*** y la interacción con las cargas ***e*** es ***eE***
Luego aumentar la intensidad aumentaría la energía de lo corpúsculos emitidos

b) Clásicamente la energía de los corpúsculos no debería depender de la Frecuencia de la luz incidente

c) Retardo clásico



Supongamos que a cada atomo de la superficie le corresponde un electron, supongamos que esta distribuido segun la figura anterior

Supongamos que cada atomo absorbe la energia que "cae" en su cuadrado, entonces

$$\boxed{\left(\frac{dE_L}{dt}\right)_{max} = Id^2} \qquad \#$$

Por lo tanto la maxima energia que puede absorber en t es

$$\boxed{(E_L)_{max} = Id^2 \cdot t} \qquad \#$$

La energia que se necesita es la funcion trabajo W

$$\boxed{(E_L)_{max} = W = Id^2 \cdot t \Rightarrow t = \frac{W}{Id^2}}$$

Si seguimos suponiendo que los atomos estan organizados segun una estructura cubica centrada podemos obtener d de:

La "number density"

$$\boxed{N_d = \frac{1}{d^3}}$$

o tambien

$$N_d = \frac{\rho}{\mu}$$

Con ρ la densidad de masa y μ la masa.

De donde

$$\frac{1}{d^3} = \frac{\rho}{\mu}$$

Entonces

$$d = \sqrt[3]{\frac{\mu}{\rho}}$$

Reemplazando para obtener t

$$\boxed{t = \frac{W}{I} \cdot \left[\frac{\rho}{\mu}\right]^{2/3}}$$

Supongamos que se trata de potasio, entonces

$$\boxed{\begin{array}{lll} W & \rightarrow & 2.9 \times 10^{-19} J \\ \rho & \rightarrow & 860\ kg/m^3 \\ \mu & \rightarrow & 6.5 \times 10^{-26} kg \end{array}}$$

Finalmente

Si $I = 10^3 W/m^2$ (luz del sol) $\boxed{t \approx 1.6 \times 10^{-3}\ \text{s}}$

Y vemos que variando la Intensidad podemos retrasar la emision ....

Teoria Cuantica del efecto fotoelectrico

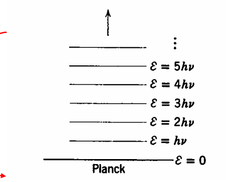
De acuerdo a Planck al pasar un oscilador de un estado $nh\nu$ a un estado $(n-1)h\nu$ emite un foton con energia $h\nu$

Einstein propone que la energia es localizada inicialmente en una pequeña region del espacio y que se mantiene asi alejandose de la fuente luminosa con velocidad c

La energia del mismo es $\epsilon = h\nu$ y esta energia es transferida totalmente a un electron del medio.

Teoría Quántica del efecto fotoeléctrico

De acuerdo a Plank



Einstein propone

$(n+1)h\nu$

$h\nu$

$nh\nu$

Einstein propone que la energia es localizada inicialmente en una pequeña region del espacio y que se mantiene asi alejandose de la fuente luminosa con velocidad c

La energia del mismo es $\epsilon = h\nu$ y esta energia es transferida totalmente al electrón

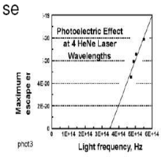
Los electrones en el metal están confinados en un pozo de potencial W

Entonces la maxima energia que puede adquirir un electron es

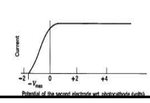
$$\boxed{E = h\nu - W} \quad (*)$$

Donde W es la profundidad del pozo de potencial

Esto fue testeado por Millikan satisfactoriamente de donde se puede determina h que seria la pendiente de la curva.



(*) Porque es esta la maxima?



Efecto Compton

1923

Al iluminar con rayos X (de muy alta frecuencia), se obtenian estos espectros que incluyen un pico en una longitud de onda diferente (mayor) que la de la luz incidente y esto era *independiente del material.*

Luego hace suponer que se trata de un fenomeno asociado a los electrones

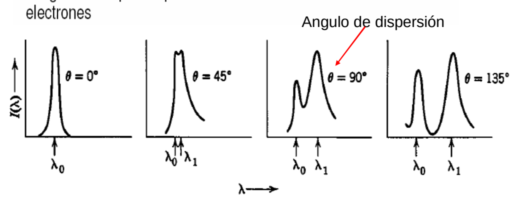
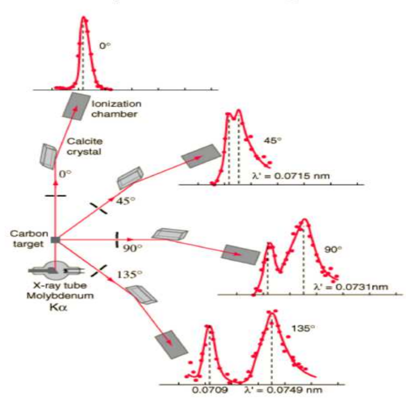


Figure 3–6. Wavelength spectra of quanta scattered at various angles from a carbon foil. From A. H. Compton, *Phys. Rev.*, 22, 409 (1923).



a) Tenemos "fotones" que inciden en un material o sea radiacion electromagnetica de frecuencia ν

b) Supongamos que en el material hay electrones que los consideramos libres

c) Supongamos que tomamos el modelo de Einstein y entonces llevan una energia

$$\boxed{E = h\nu}$$

Sabemos que para los fotones(la energia es finita)

$$\boxed{E = m_0 c^2 \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}}$$

Relativistic energy & **momentum**

Relacion de Einstein para la energia

$$E = mc^2$$

Que incluye a la energia cinetica y la energia asociada a la mas en reposo

La masa relativista es

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_0$$

Momento relativista

$$p = \frac{m_0 v'}{\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}}} = \gamma m_0 v' \Rightarrow$$

$$p^2c^2 = \frac{m_0^2 v'^2 c^2}{1 - \frac{v'^2}{c^2}} = \frac{m_0^2 \frac{v'^2}{c^2} c^4}{1 - \frac{v'^2}{c^2}} + \frac{m_0^2 c^4}{1 - \frac{v'^2}{c^2}} - \frac{m_0^2 c^4}{1 - \frac{v'^2}{c^2}} =$$

$$p^2c^2 = \frac{m_0^2 (\frac{v'^2}{c^2} - 1) c^4}{1 - \frac{v'^2}{c^2}} + \frac{m_0^2 c^4}{1 - \frac{v'^2}{c^2}} =$$

$$= -m_0^2 c^4 + m^2 c^4$$

Luego

$$p^2c^2 = (mc^2)^2 - m_0^2 c^4$$

donde m es la masa relativista y m_0 es la masa en reposo

$$E = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2 c^4}$$

La energia cinetica relativista es

$$\begin{aligned} E_K &= mc^2 - m_0c^2 \\ &= m_0c^2(\gamma - 1) \\ &= m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}}} - 1\right) \end{aligned}$$

desarrollando

$$E_K = m_0c^2\left(\frac{1}{2}\frac{v'^2}{c^2} + \frac{3}{8}\frac{v'^4}{c^4} + \ldots\right) =$$

$$= m_0\frac{1}{2}v'^2 + \frac{3}{8}m_0\frac{v'^4}{c^2} + \ldots$$

Si v' << c…

Para el foton la expresion $p = \frac{m_0 v'}{\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}}} = \gamma m_0 v'$ tiene problemas,

entonces usamos

$$E = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2 c^4}$$

Que con $m_0 = 0 \Rightarrow$

$$E = pc \Rightarrow$$
$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

b) Supongamos que en el material hay electrones que los consideramos libres

c) Supongamos que tomamos el modelo de Einstein y entonces llevan una energia

$$\boxed{E = h\nu}$$

Sabemos que para los fotones(la energia es finita)

$$\boxed{E = m_0 c^2 \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}}$$

pero se mueven con velocidad c y su energia es finita entonces m_0 deberia tomarse como 0 (sin embargo ver debroglie)

Si los pensamos como particulas deberan satisfacer

$$E^2 = c^2p^2 + (m_0c^2)^2$$

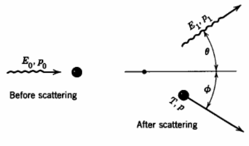
Estas particulas son muy especiales y como $m_0 = 0$ obtenemos

$$\boxed{p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}}$$

Como la frecuencia es muy alta (mucho mayor que la usada para el efecto fotoelectrico) es adecuado considerar al electron como estacionario

(p es muy grande)

Sea el siguiente esquema de la colision



!

Aplicó conservación de momento y energía relativista a la colisión del fotón y el electrón

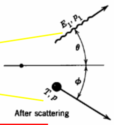
!

Sea p_0 el momento del foton antes de "chocar"
Sea p el momento del foton despues de "chocar"
Sea p_1 el momento del electron luego del "choque"

Entonces por conservacion de momento

Segun x

$$p_0 = p_1\cos\theta + p\cos\phi \Rightarrow$$
$$p_0 - p_1\cos\theta = p\cos\phi$$

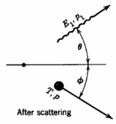


Segun y

$$0 = p_1\sin\theta + p\sin(360^\circ - \phi) = p_1\sin\theta - p\sin(\phi) \Rightarrow$$
$$p_1\sin\theta = p\sin(\phi)$$

De donde elevando al cuadrado ambas expresiones

$$(p_0 - p_1\cos\theta)^2 = p^2\cos^2\phi$$
$$(p_1\sin\theta)^2 = p^2\sin\phi^2$$



de donde s.m.a.m.

$$p_0^2 - 2p_0p_1\cos\theta + p_1^2\cos^2\theta + (p_1\sin\theta)^2 = p^2\cos^2\phi + (p\sin\phi)^2 = p^2 \Rightarrow$$
$$\boxed{p^2 = p_0^2 - 2p_0p_1\cos\theta + p_1^2}$$ [1]

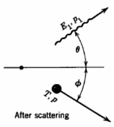
(conservación de momento)

Foton

Para la **energia**

Con E_0 la energia del foton antes del "choque" y E_1 despues (m_0 masa en reposo del electron)

$$E_0 + m_0c^2 = E_1 + m_0c^2 + T$$
$$E_0 = E_1 + T$$



Entonces como para el foton $E = pc$

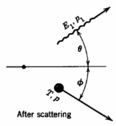
$$c(p_0 - p_1) = T$$

Teniendo en cuenta que para el electron vale

$$mc^2 = T + m_0c^2$$
$$E^2 = (mc^2)^2 = c^2p^2 + m_0^2c^4$$

Entonces

$$(T + m_0c^2)^2 = c^2p^2 + m_0^2c^4$$



Entonces

$$T^2 + 2Tm_0c^2 = c^2p^2 \Rightarrow p^2 = T^2/c^2 + 2Tm_0 \Rightarrow$$

con $T = c(p_0 - p_1) \Rightarrow$ $\boxed{p^2 = (p_0 - p_1)^2 + 2c(p_0 - p_1)m_0}$ [2]

(Conservación Energía)

Con las dos ecuaciones para p^2 hacemos [1] =[2]

$$p_0^2 - 2p_0p_1\cos\theta + p_1^2 = (p_0-p_1)^2 + 2c(p_0-p_1)m_0 \Rightarrow$$

$$-2p_0p_1\cos\theta = -2p_0p_1 + 2c(p_0-p_1)m_0 \Rightarrow$$

$$\boxed{p_0p_1(1-\cos\theta) = c(p_0-p_1)m_0}$$

Para expresar todo en terminos de las longitudes de onda que es lo que se mide experimentalmente , $\boxed{\text{usando } p = h/\lambda}$

$$\frac{hh}{\lambda_0\lambda_1}(1-\cos\theta) = c\left(\frac{h}{\lambda_0}-\frac{h}{\lambda_1}\right)m_0 \Rightarrow$$

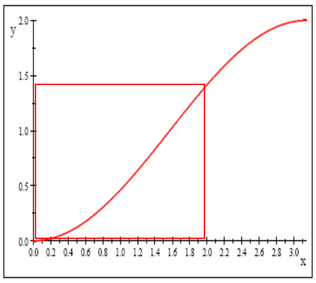
$$(1-\cos\theta) = c\left(\frac{\lambda_1}{h}-\frac{\lambda_0}{h}\right)m_0 \Rightarrow$$

$$\boxed{\lambda_1-\lambda_0 = (1-\cos\theta)\frac{h}{m_0c} = \lambda_c(1-\cos\theta)}$$

Con θ el angulo de dispercion del electron

Con $\lambda_c = 0.02426\cdot 10^{-8}cm$

$(1-\cos\theta)$



Esto muestra el corrimiento de la longitud de onda

Solo depende del angulo de dispercion

Esto da lugar a **la hipotesis de dualidad** (es mas fuerte que el efecto fotoelectrico pues colision!)

Que es esto!!!!!!!!!!!!!!!!