Problemas
Perturbaciones dependientes del tiempo – Parte 2 §

1. **Pozo infinito con perturbación**
   Se tiene un positrón confinado en un pozo infinito unidimensional de ancho a, inicialmente en el 2^{do} estado excitado. En un tiempo $t_0 = 0$ se coloca una perturbación

$$\hat{V} = \begin{cases} V_0 & \frac{a}{4} < x < \frac{3a}{4} \\ 0 & \text{otros} \end{cases}$$

   (a) Calcular la probabilidad de encontrar el sistema en el estado fundamental del pozo inifinito en un tiempo t, utilizando teoría de perturbaciones.
   (b) Dar el valor numérico de la máxima probabilidad para el caso $a = 2\mathring{A}$ y $V_0 = 10.5$ eV.
   Solución: $P_{31} \approx 0.01$
   (c) Discutir la validez de la aproximación de 1^{er} orden.
   (d) Si es posible, calcular la probabilidad utilizando otro método.
   (e) Graficar la probabilidad en función del tiempo, para los dos métodos empleados.
   (f) Repetir el gráfico, duplicando la altura del potencial.

2. **Resorte con perturbación**
   Una sistema cuántico compuesto por una masa m, suspendida de un resorte con una constante elástica k, se encuentra inicialmente en el estado energético mas bajo posible. A un tiempo $t_0 = 0$ el extremo superior del resorte se eleva súbitamente una distancia d, y esta actúa durante un intervalo de tiempo mucho mas chico que el período del oscilador.

   (a) Escribir explícitamente las funciones de onda y el espectro en función del tiempo, para los casos $t < 0$ y $t > 0$.
   (b) Calcular la probabilidad de encontrar el sistema en el primer estado excitado como consecuencia de esta perturbación.
   Solución: $\frac{\sqrt{mk}}{2\hbar} d^2$
   (c) Considerar ahora la situación en la cual la misma perturbación anterior se aplica durante un intervalo de tiempo T, que es grande comparado con el período de oscilación (el extremo superior permanece fijo en la posición estirada). Al tiempo $t = T$ el extremo superior retorna súbitamente a la posición original. Calcular la probabilidad de encontrar el sistema en el primer estado excitado.

3. **Rotor en un campo magnético**
   Un rotor, cuyo momento de inercia es I, gira con un momento angular $\hbar j$, en un campo magnético uniforme $\mathbf{B}$.

   (a) Calcular la energía del rotor si el campo magnético es nulo.
   (b) Calcular las energías de los dos primeros estados una vez que se prende el campo magnético $\mathbf{B} = B_0 \hat{z}$.
   (c) Agregar una perturbación consistente en un pequeño campo magnético, perpendicular al anterior, que decae exponencialmente: $\mathbf{B}_1 = B_1 e^{-\lambda t} \hat{x}$. Calcular la probabilidad de decaer al estado fundamental, si inicialmente se encuentra en el primer estado excitado.

§ http://www.df.uba.ar/users/dmitnik/teoricaII/perturbacionest2

4. **Reacciones**
   Una partícula de masa $2m$ se puede convertir en otra partícula de masa m (mas un rayo gamma que se lleva la energía restante) mediante una perturbación H_1. En otra reacción, bajo la misma perturbación y con el mismo elemento de matriz, se puede convertir en una partícula de masa $1.5m$. Calcular la probabilidad relativa de estas reacciones.

5. **Ionización del átomo de hidrógeno** (extraído de Schaum)
   Considerar un átomo de hidrógeno en el estado fundamental. En un tiempo $t_0 = 0$ se aplica un campo eléctrico uniforme y periódico $H_1 = e(\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{r}) \sin(\omega t)$.

   (a) Encontrar la mínima frecuencia que se requiere para ionizar el átomo.

   (b) Calcular, utilizando teoría de perturbaciones, la probabilidad de ionización por unidad de tiempo.