

FÍSICA 4

PRIMER CUATRIMESTRE DE 2008

GUÍA 1: TERMODINÁMICA

- Un recipiente aislado está dividido en dos partes por un tabique. Una de las partes, de volumen V_i , está llena con un gas y la otra (volumen $V_f - V_i$) está vacía. Se saca el tabique y se espera el equilibrio.
 - ¿Varía la energía interna?
 - ¿Cuál es la relación P_f/P_i si los gases son ideales?
 - ¿Cuál es la relación P_f/P_i si los gases no son ideales?
- Estime la cantidad de aire, en kg, que hay en una habitación (la masa de 1 kmol de aire es, aproximadamente, 29 kg).
 - Sea N_2 (nitrógeno) a temperatura y presión ambientes. Hallar el número medio de partículas que chocan con 1 cm^2 de área por segundo.
- Calcular la cantidad de calor Q que se debe entregar a 20 g de hielo a 200 K para convertirlo en vapor de agua a 150°C . Representar la evolución del sistema en un gráfico T vs. Q .
Datos: $c_{hielo} = 0.5 \text{ cal/g K}$; $c_{fus} = 80 \text{ cal/g}$; $c_{vap} = 540 \text{ cal/g}$; $c_{vapor} = 0.5 \text{ cal/g K}$.
- Un calorímetro de cobre cuya masa es de 300 g contiene 500 g de agua a 15°C . Se introduce en él un bloque de cobre de 530 g a 115°C , observándose que la temperatura de equilibrio es de 25°C . Calcular: el calor específico del cobre y el equivalente en agua del calorímetro.
- Un sistema consiste en un resorte cuyas variables termodinámicas son la elongación x , la temperatura absoluta T y la fuerza F que ejerce el resorte. La ecuación de estado y la energía están dados por:

$$F = -kx + b\mu T$$
$$E = \frac{1}{2}kx^2 + cT$$

donde $\mu = 2 \cdot 10^5 \text{ dinas/cm}$, $b = 0.025 \text{ cm/K}$, $c = 1 \text{ J/K}$

- ¿Cuánto vale la capacidad calorífica del resorte a $x = cte$?
 - Idem, pero a $F = cte$.
 - Halle la ecuación de las adiabáticas del resorte.
 - Inicialmente, no hay fuerzas externas aplicadas al resorte. En un cierto instante, se aplica sobre el mismo una fuerza de 300g, manteniéndose al resorte en contacto con una fuente térmica a 300°K . Calcular la variación de energía y el calor absorbido por el resorte.
- Una bolita de masa m y cuyo calor específico de $0.1 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$ cae desde una altura $h = 19.5 \text{ m}$, en un lugar donde la aceleración de la gravedad vale $g = 980 \text{ cm/s}^2$, sobre un plano horizontal más o menos elástico. La bolita rebota, se eleva a una altura h/n y se calienta. El plano no se calienta ni adquiere una deformación permanente. Calcular el aumento de temperatura de la bolita, suponiendo que su energía interna varía de la forma $\Delta U = c\theta$, siendo c la capacidad calorífica y θ la variación de temperatura. Analizar los valores que puede tomar n y los valores máximos y mínimos posibles de θ .
 - Calcular el trabajo realizado por N moles de gas ideal para ir de un estado inicial a otro final, en cada una de las siguientes transformaciones reversibles:
 - Evolución isocórica
 - Evolución isobárica

- (c) Evolución isotérmica
- (d) Evolución adiabática

¿En qué casos la expresión obtenida es válida aún para gases no ideales? ¿En qué casos es válida aún para procesos irreversibles?

8. Un cilindro de volumen V , cerrado en sus dos extremos, contiene una mezcla de n_1 moles de N_2 y n_2 moles de O_2 . Un pistón semipermeable, permeable a N_2 e impermeable a O_2 está inicialmente en un extremo y es desplazado de modo que deja detrás de sí un volumen V_1 que contiene únicamente N_2 . Un segundo pistón semipermeable, permeable a O_2 e impermeable a N_2 , está al comienzo en el otro extremo y es desplazado de modo que deja detrás de sí un volumen V_2 que contiene solamente O_2 .
- (a) Los desplazamientos se realizan reversiblemente y a temperatura constante T . Calcular el trabajo entregado al sistema; mostrar que esto no depende del orden en que se efectuarán los desplazamientos.
 - (b) ¿Cuánto vale el trabajo cuando los gases están completamente separados? ¿Para qué valor de V_1/V_2 el trabajo toma un valor mínimo? En este caso, ¿qué condición se cumple para las presiones?
 - (c) La mezcla inicial de aire es $n_1/n_2 = 4$ a presión atmosférica y $20^\circ C$. Calcular el trabajo necesario en las condiciones de mínimo, para separar $1kg$ de O_2 .
9. Un cilindro de volumen V cuyas paredes son rígidas y aislantes está dividido en dos partes iguales por un pistón diatérmico, inicialmente trabado. En cada una de las partes hay n_1 y n_2 moles de un gas ideal. Se destraba el pistón y se espera a que el sistema alcance el equilibrio. Datos: $V = 2l$, $T_1 = T_2 = 300^\circ K$, $p_1 = 3atm$, $p_2 = 1atm$.
- (a) ¿Es este proceso reversible?
 - (b) ¿Cuánto vale la variación de la energía interna total? ¿Cuánto la temperatura final?
 - (c) Calcular la presión y el volumen final de cada parte del cilindro.
10. Se calienta un gas ideal a volumen V_1 constante, desde la presión inicial P_1 hasta que ésta se duplica. Luego se expande isotérmicamente hasta que la presión alcanza su valor inicial. Por último se disminuye el volumen a presión constante, hasta el valor primitivo de aquél. Todos los procesos son reversibles.
- (a) Representar estas transformaciones en el plano P-V y en el P-T.
 - (b) Calcular el trabajo que se entrega en la transformación si $P_1 = 2 atm$. y $V_1 = 4 m^3$.
 - (c) Indique por cuál proceso o conjunto de procesos debería ser reemplazado el último de ellos para que, llevando el sistema a su estado inicial, el trabajo total sea nulo.
11. Un gas tiene la siguiente ecuación de estado:

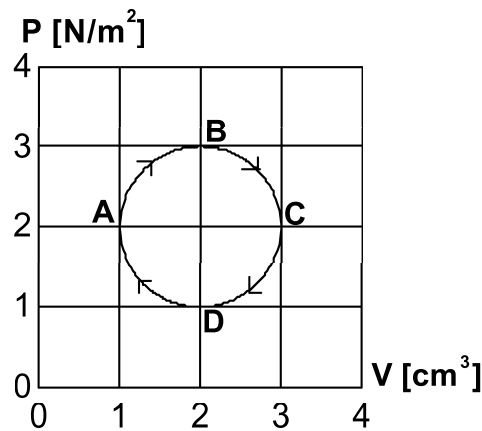
$$p = \frac{RT}{V} \left(1 + \frac{aT}{V} \right)$$

siendo su energía interna de la forma:

$$E(T, V) = E_0(T) - \frac{RaT^2}{V} \quad (a = cte)$$

- (a) Hallar el trabajo entregado por el gas durante una expansión isotérmica reversible desde V_0 hasta $3V_0$.
- (b) Ídem, durante una expansión isotérmica contra una presión exterior constante P_0 , desde V_0 hasta $3V_0$.
- (c) Q y ΔE en ambos casos.

12. Sabemos que el calor específico molar a volumen constante de un gas ideal monoatómico es $3/2 R$. Supongamos que un mol de tal gas se somete a un proceso cíclico cuasiestático, que aparece como una circunferencia en un diagrama P-V, como se ve en la figura. Determinar las siguientes magnitudes:



- (a) El trabajo total (en Joules) realizado por el gas en un ciclo.
 (b) La diferencia de energía interna (en Joules) del gas entre los estados C y A.
 (c) El calor absorbido (en Joules) por el gas, al pasar de A a C por el camino ABC del ciclo.
13. El siguiente problema describe un método utilizado para medir el coeficiente $\gamma = c_p/c_v$ de un gas. El gas, supuesto ideal, está confinado dentro de un recipiente vertical cilíndrico que soporta un émbolo, libre de moverse, de masa m . El émbolo y el cilindro tienen la misma sección transversal A . La presión atmosférica es p_0 y, cuando el émbolo está en equilibrio bajo la influencia de la gravedad y las fuerzas de presión, el volumen ocupado por el gas es V_0 . Se desplaza ahora el émbolo ligeramente de su posición de equilibrio provocando oscilaciones alrededor de esta posición con frecuencia ν . Las oscilaciones del émbolo son consideradas suficientemente lentas como para que el gas permanezca siempre en equilibrio interno pero también lo bastante rápidas para que el gas no pueda intercambiar calor con el exterior. Las variaciones en la presión y el volumen del gas son, por lo tanto, adiabáticas. Expresar γ en función de m, g, A, p_0, V_0 y ν .
14. Usando la convención gráfica según la cual una máquina simple que entrega trabajo positivo se representa como en la figura:

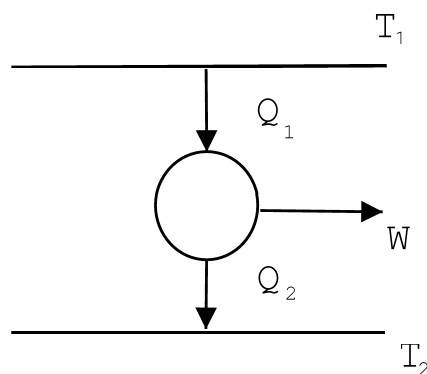


Figure 1: Convención gráfica

- (a) Haga el esquema de una estufa eléctrica

- (b) Haga el esquema para una heladera (¿Cuál es en la práctica la fuente fría y cuál la caliente?)
- (c) ¿Es posible una máquina como la indicada en la fig. 2a)? ¿Puede ser reversible? ¿Y una como la que se indica en la fig. 2b)?

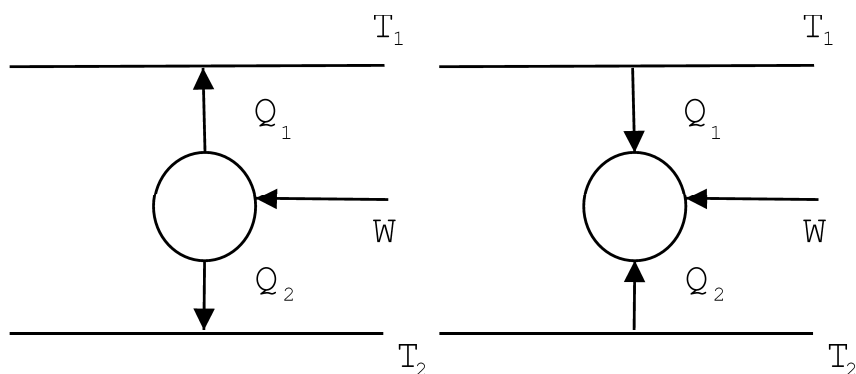
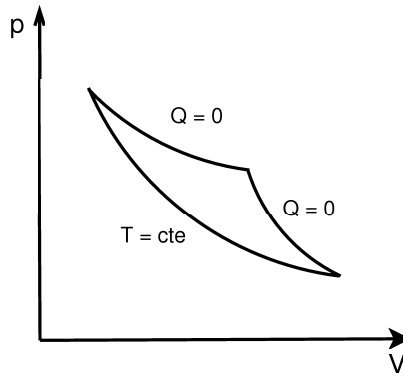
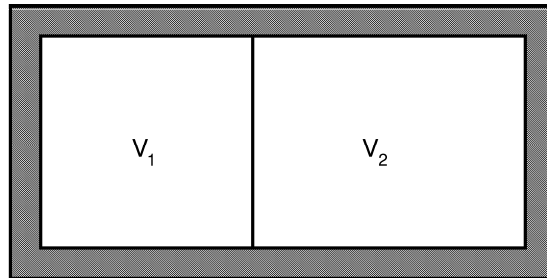


Figure 2: ¿Es posible?

15. Para enfriar un ambiente se abre la puerta de la heladera y se la hace funcionar. ¿Qué habrá pasado con la temperatura del cuarto después de algún tiempo?
16. En una cocina hay una heladera y un equipo de aire acondicionado que da al exterior. Se pretende mantener la cocina a una temperatura constante de 17°C y al congelador de la heladera a una temperatura constante de -3°C . Por mala aislación el congelador absorbe de la cocina $200\text{ cal}/\text{min}$. La temperatura externa es de 27°C . Sabiendo que el refrigerador tiene una eficiencia del 60% de uno ideal y que el equipo de aire acondicionado tiene una eficiencia del 50% del ideal, calcular la potencia eléctrica consumida entre ambos artefactos.
17. La máquina térmica de una heladera a gas intercambia calor con las siguientes fuentes de calor: 1) una llama de gas, que se puede considerar una fuente de calor a 700°K , y de la que absorbe Q_1 ; 2) una cámara frigorífica, de la que absorbe el calor Q_2 , y a la que se puede considerar como una fuente de calor a -10°C (esta temperatura se mantiene constante, porque la máquina debe absorber la misma cantidad de calor por ciclo que el que entra a la cámara en el mismo tiempo debido a la aislación imperfecta); 3) el aire de la habitación en que se halla la heladera, que constituye una fuente de calor a 20°C y al que entrega calor Q_3 . La máquina térmica no recibe ni entrega trabajo.
- (a) Si la pérdida a la cámara por mala aislación vale $30\text{ cal}/\text{min}$, y la máquina térmica realiza $100\text{ ciclos}/\text{min}$, hallar cuanto debe valer Q_2/ciclo .
- (b) Hallar el mínimo valor de Q_1/ciclo que debe absorber.
18. Calcular la variación de la eficiencia de una máquina reversible cuando:
- (a) se aumente la temperatura de la fuente superior en ΔT
- (b) se disminuya la temperatura de la fuente inferior en ΔT
- (c) ¿Qué cambio produce un mayor aumento de la eficiencia?
19. (a) Explique si el siguiente ciclo es posible o no. Justifique.



- (b) Sean dos gases puestos en contacto térmico a través de una pared diatérmica. Ambos están encerrados en un recipiente de paredes adiabáticas.



- i. ¿Se conserva la energía del sistema?
- ii. ¿Cómo evolucionará la entropía del sistema? Escriba dS para cada gas considerando a $S = S(E, V)$.
- iii. A partir del punto anterior, demuestre que, en el equilibrio, ambos gases alcanzan la misma temperatura.

20. ¿Qué se puede decir de la magnitud $\int_A^B \delta Q/T$ para

- (a) Un proceso reversible
- (b) Un proceso irreversible
- (c) Un proceso adiabático

21. Un mol de gas ideal diatómico se halla en un recipiente adiabático provisto de un pistón en el estado A ($V_A = 2l$, $T_A = 300^\circ K$). Se saca la traba que retiene el pistón y el gas se expande contra la presión exterior constante de $1 atm$, hasta el volumen V_B , donde se encuentra una segunda traba para el pistón. La entropía del gas vale:

$$S(T, V) = S(300^\circ K, 2l) + R \ln \left(\frac{V}{2l} \right) + C_V \ln \left(\frac{T}{300^\circ K} \right)$$

Calcular

- (a) W_{AB}
- (b) ΔU_{AB}
- (c) $T_B = f(V_B)$
- (d) $S_B - S_A$
- (e) Hallar el valor $V_B = V_B^{(m)}$ que hace máxima la entropía total.
- (f) Hallar la presión termodinámica del gas cuando $V_B = V_B^{(m)}$.
- (g) ¿Qué puede deducir respecto al volumen final que alcanzaría el gas en el equilibrio si, cuando el gas se hallaba en A se sacan ambas trabas?

22. (a) ¿Qué se obtiene calculando el área bajo la curva, en un diagrama $T - S$?

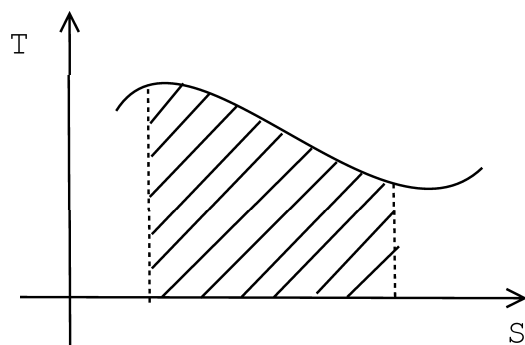


Figure 3: Área bajo la curva

(b) Si se realiza el siguiente ciclo: ¿Cuánto vale la variación de energía interna?

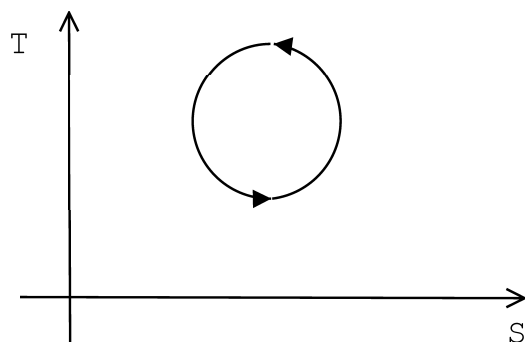


Figure 4: ¿ ΔU ?

(c) ¿Cómo es el gráfico en el diagrama $T - S$ de un proceso adiabático? ¿y uno isotérmico? Represente el ciclo de Carnot en un diagrama TS y calcule el rendimiento del mismo.

(d) Dado el siguiente diagrama, con la rama CD irreversible, ¿Cuál es la variación de entropía ΔS_{CD} conociendo ΔS_{AB} ? ¿Cómo se comparan con ΔS_{AB} , las variaciones de entropía de las fuentes para las partes AB y CD del ciclo?

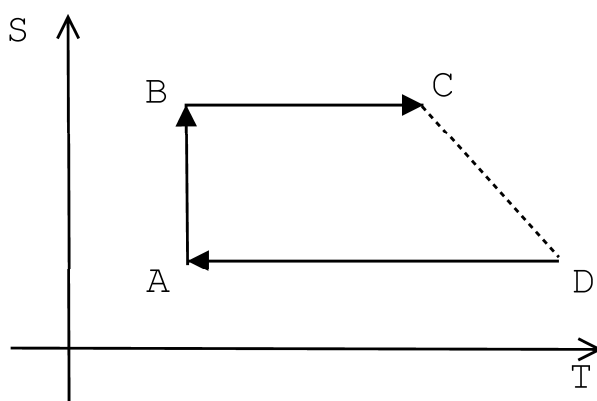


Figure 5: ¿ ΔS_{CD} ?

23. Considere un mol de un gas de van der Waals.

(a) Encuentre la expresión de la energía interna del gas, $E(T, V)$.

(b) Encuentre la expresión de la entropía del gas, $S(T, V)$.

- (c) Considere un recipiente rígido y adiabático dividido en dos compartimientos separados por una válvula, inicialmente cerrada. Uno de los compartimientos de volumen V_1 , contiene un gas de van der Waals a temperatura T_1 . El otro compartimiento de volumen V_2 , se encuentra vacío. En un momento dado, se abre la válvula, pudiendo entonces expandirse el gas. Suponga que la capacidad calorífica del gas a volumen constante, c_v , y la del recipiente, c son constantes para temperaturas en un entorno considerable de T_1 .
- ¿Qué función de estado se conserva? Justifique.
 - Encuentre la temperatura final T del gas (tenga en cuenta al recipiente en el proceso).

24. Un mol de gas de van der Waals se expande reversible e isobáricamente desde V_A hasta V_B . Datos: P_A, V_A, T_A, V_B Hallar:
- La temperatura final.
 - La variación de energía interna en el proceso.
 - El calor absorbido.
 - La variación de entropía.

25. El ciclo de Stirling se realiza mediante dos procesos isotérmicos y dos isocoros. Para un gas ideal, según el gráfico

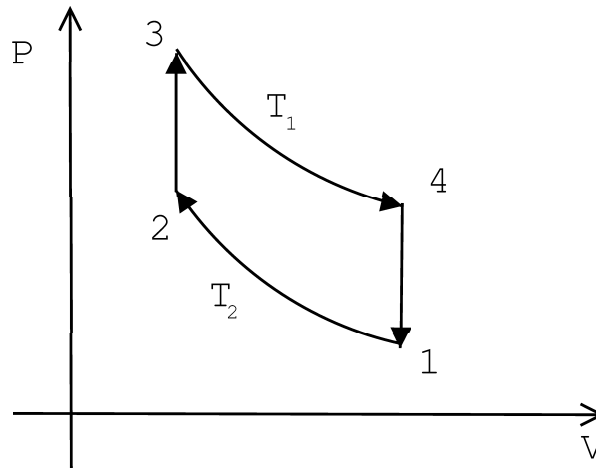


Figure 6: Ciclo de Stirling

- Dibujar el ciclo en el plano $T - S$, suponiendo que la sustancia es un gas ideal.
 - Demostrar que $Q_{23} = -Q_{41}$
 - Hallar la eficiencia.
26. Se tienen dos gases ideales diferentes en un recipiente aislado a la misma P y T pero separados por una pared diatérmica; ambos están en equilibrio termodinámico. Se quita la pared. Si n_1, n_2 es el número de moles de cada gas, calcule la variación total de entropía como función de los n_i y de R . ¿Es éste un proceso reversible? ¿Qué pasa si el mismo gas se encuentra a ambos lados del tabique?
27. ¿Puede existir una sustancia cuya ecuación de estado es

$$P = \frac{RT}{V} - \frac{a}{V^2}$$

y cuya energía interna vale:

$$U(T, V) = U_0 + C_V T - \frac{a}{V} ?$$

28. Se dispone de los siguientes datos para el agua líquida a 25°C y presión atmosférica:

$$\begin{aligned}\alpha &= 256 \cdot 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \\ \left(\frac{\partial \alpha}{\partial T}\right)_p &= 9.6 \cdot 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-2} \\ v &= 1.003 \text{ cm}^3/\text{g}\end{aligned}$$

donde

$$\alpha = \frac{1}{v} \left. \frac{\partial v}{\partial T} \right|_p$$

es el coeficiente de expansión térmica y v es el volumen específico. Determinar el efecto de la presión sobre el C_p del agua en estas condiciones.

29. En un recipiente de paredes aislantes se ponen en contacto 100g de hielo a 0°C y 2 kg de agua a 20°C . La presión se mantiene constante en 1 atm. Luego de cierto tiempo, el sistema alcanza el equilibrio.

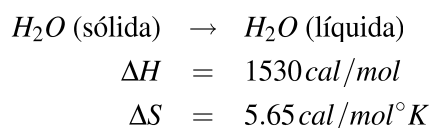
- ¿Cuánto habrá variado la entalpía total del sistema cuando éste haya llegado al equilibrio?
- Calcule la temperatura de equilibrio.
- Calcule la variación de entropía de los 100g de hielo y la de los 2 kg de agua, al pasar del estado inicial al final.

30. El agua líquida muy pura puede sobreenfriarse a presión atmosférica hasta temperaturas muy por debajo de 0°C . Suponer que se ha enfriado una masa de agua como un líquido hasta -5°C . Un pequeño cristal de hielo cuya masa es despreciable, es añadido como perturbación al líquido sobreenfriado. Si el cambio de estado subsiguiente sucede adiabáticamente y a presión atmosférica constante ¿qué fracción del sistema se solidifica? ¿Cuál es el cambio de entropía del sistema?

31. Usando la regla de la fase decidir cuál de las siguientes situaciones de equilibrio de fases son compatibles para sistemas no reactivos.

- Equilibrio entre tres formas alotrópicas del hielo
- Equilibrio entre vapor de agua, agua líquida y dos formas alotrópicas del hielo
- Equilibrio entre dos fases de gas denso en un sistema con un número arbitrario de componentes
- Equilibrio de $(m + 3)$ fases de un sistema de m componentes.

32. A una temperatura de 10°C y una presión de 1 atm se tienen los siguientes valores para una reacción



- ¿Es espontánea esta reacción a 10°C ?
- ¿Cuánto valdrán $\Delta H(T)$ y $\Delta S(T)$ a 1 atm. y a $T \neq 10^{\circ}\text{C}$? ($C_p(\text{hielo}) = 0.5 \text{ cal/mol}^{\circ}\text{C}$, $C_p(\text{agua}) = 1.0 \text{ cal/mol}^{\circ}\text{C}$)
- Despreciando ahora la variación de ΔH y ΔS con la temperatura, calcular la temperatura de equilibrio hielo-agua a 1 atm.

33. En un intervalo de temperaturas cercanas a T , la fuerza tensora en una varilla plástica estirada está relacionada con su longitud por la expresión:

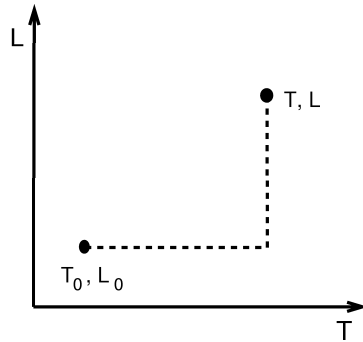
$$F(T, L) = aT^2(L - L_0)$$

con a, L_0 ctes > 0 , $L_0 \equiv$ longitud sin estirar.

Para $L = L_0$, la capacidad calorífica c_L de la varilla es:

$$c_L(T, L_0) = bT \quad (L = L_0; b = \text{cte})$$

- (a) Escriba la expresión diferencial del primer principio y, a partir de ella, halle dS tomando como variables independientes E y L .
- (b) Halle $\left. \frac{\partial S}{\partial L} \right|_T$ (use la relación de Maxwell que se deriva de la función de Helmholtz, en función de T y L)
- (c) Conociendo $S(T_0, L_0)$, determine $S(T, L)$ a cualquier otra T y L . Para ello, tenga en cuenta el siguiente gráfico:



- (d) Calcule la capacidad calorífica a $L = cte$, $c_L(T, L)$, cuando la longitud de la varilla es L , en vez de L_0 .
- (e) Si se parte de $T = T_0$ y $L = L_0$ y se ejerce tracción sobre la varilla aislada adiabáticamente, en forma reversible, hasta que se alcanza L_f , ¿cuál será la temperatura final T_f ?
34. Considere un sistema formado por dos fases de una sustancia que se compone de una única clase de moléculas. Determine el calor específico de un vapor con presión p y temperatura T sobre la curva de equilibrio líquido-vapor (es decir, el calor específico para un proceso en el cual el líquido siempre está en equilibrio con su vapor). Considere al vapor como un gas ideal.
Datos: c_p , c_v , $q \equiv$ calor de la transición de fase líquido-vapor.
35. La función de distribución de velocidades escalares de un grupo de N partículas está definida por

$$dN_v = \begin{cases} k dv & 0 < v < V \\ 0 & v > V \end{cases}$$

- (a) Graficar la función de distribución
- (b) Hallar la constante k en función de N y V
- (c) Hallar la velocidad media y v_{cm} en función de V
- (d) Rehacer lo anterior pero para la distribución

$$dN_v = \begin{cases} k v dv & 0 < v < V \\ 0 & v > V \end{cases}$$

36. (a) Calcular la energía cinética media de traslación y la velocidad cuadrática media de una molécula de un gas a $300^\circ K$ para los casos en que el gas sea hidrógeno, oxígeno y vapor de mercurio. En todos los casos calcular la presión si la densidad es de $3 \times 10^{25} \text{ moléculas/m}^3$.
- (b) Considerar que en el gas hay varias clases de moléculas que no interactúan entre sí. Calcular la presión del gas (ley de Dalton).
- (c) Considerar 1 Kmol de oxígeno en condiciones normales de presión y temperatura. Construir un gráfico de la función de distribución de las velocidades escalares y evaluar la probabilidad de que una molécula tenga velocidad comprendida entre la media y la más probable.
37. Considere un sólido como un sistema de N partículas unidas entre sí por resortes de constantes k_x, k_y y k_z .
- (a) Hallar la energía media de este sistema.

(b) Calcular el calor específico molar (ley de Dulong y Petit).

38. Considere un conjunto de osciladores unidimensionales con una energía dada por

$$E = \frac{p^2}{2m} + bx^2$$

b siendo una constante en equilibrio térmico T .

(a) Calcular la energía cinética media de un oscilador

(b) Calcular su energía potencial media

(c) Calcular su energía media

(d) Calcular el calor específico a volumen constante por mol de estas partículas. (Ayuda: Es innecesario calcular una integral para responder cualquiera de estas preguntas).

39. La función de distribución de velocidades escalares de las moléculas de un gas es:

$$f(v) = Av^2 e^{-\beta mv^2/2}$$

(a) Hallar A

(b) Hallar la velocidad cuadrática media.

40. Calcule la presión atmosférica en función de la altura respecto de la superficie terrestre (Suponga que la atmósfera se comporta como un gas ideal y que la temperatura no varía apreciablemente con la altura).

41. Considere una sustancia formada por n átomos con su momento magnético $\vec{\mu}_0$ por unidad de volumen, en presencia de un campo magnético externo \vec{B} . La sustancia se encuentra en equilibrio térmico con una fuente a temperatura T . Los momentos magnéticos pueden alinearse solamente paralelos o antiparalelos al campo. Despreciando la interacción entre los átomos vecinos y considerando los átomos fijos, calcule

(a) El número de átomos por unidad de volumen con su momento magnético paralelo al campo y el número de ellos con su momento magnético antiparalelo al campo. ¿Cómo son esos números cuando $\mu_0 B \gg k_B T$ y cuando $\mu_0 B \ll k_B T$? Interprete físicamente.

(b) Encuentre $\langle \mu \rangle$ por átomo y la magnetización media $\langle M \rangle$ de la sustancia. Grafique cualitativamente $\langle M \rangle$ en función de $\eta \equiv \mu_0 B / k_B T$ e interprete físicamente su comportamiento para valores grandes y chicos de η .