

**Estructura de la Materia 2**  
**Primer Cuatrimestre de 2010**  
**Guía 5: Semiconductores**

1. Semiconductor intrínseco

Considere un semiconductor con bandas de valencia (v) y de conducción (c) de forma parabólica general en un entorno de los respectivos puntos extremos, masas efectivas  $m_v$ ,  $m_c$  y energías  $E_v$ ,  $E_c$ .

- i) Exprese y grafique las densidades de estados por unidad de volumen.
- ii) Exprese y grafique las funciones de Fermi de electrones y huecos superpuestas sobre el gráfico anterior. Suponga  $\mu = \frac{E_c + E_v}{2}$  y úselo como cero de energía.
- iii) Exprese la concentración de electrones en la banda de conducción  $n_c$ , de huecos en la banda de valencia  $p_v$ .
- iv) Suponga satisfecha la condición de no degeneración  $\frac{|\mu - E_{c,v}|}{kT} \gg 1$  en escala de  $kT$ ,  $\mu$  está en el interior del gap ( $E_g = E_c - E_v$ ) lejos de los extremos de las bandas. Calcule y grafique  $\mu(T) = \mu_i(T)$  (i por intrínseco). Use masas típicas para Ge:  $m_v = 0,37m$ ,  $m_c = 0,56m$ . Estime el valor de  $E_g$  a partir del cual se viola la condición anterior a temperatura ambiente. ( $E_g(Ge) = 0,67$  eV)
- v) Calcule  $n_c(T)$  y  $p_v(T)$ .

2. Masas efectivas de huecos y electrones.

Para semiconductores con gaps de 1 eV y 0.1 eV

- i) ¿En cuánto deben diferir las masas efectivas de electrones y huecos para que el potencial químico  $\mu$  se ubique a una energía  $KT_a$  ( $T_a = 300K$ ) por debajo de la banda de conducción?
- ii) Grafique la densidad de estados para electrones y huecos en ambos casos.

3. i) Argumente, por comparación con átomo hidrogenoide, para demostrar que el radio aproximado de la órbita de un electrón ligado a una impureza donora es  $r = \frac{\epsilon a_0 m}{m^*}$  y que su energía es  $E_d = E_c - \frac{m^*}{m\epsilon^2}$  Ry. Compare  $E_c - E_d$  con  $E_g$  para casos típicos ( $a_0 = \frac{\hbar^2}{m\epsilon^2} \approx 0,53AA$  es el radio de Bohr,  $\epsilon$  es la constante dieléctrica,  $1Ry = \frac{me^4}{2\hbar^2} \approx 13,6eV$  es la energía del nivel fundamental del átomo de hidrógeno

ii) Halle la expresión de la concentración de electrones en el nivel donador  $n_d$ , para un semiconductor fabricado con uno intrínseco agregando un a concentración de impurezas donoras  $N_d$ .

iii) Exprese el balance de carga en este caso.

iv) La condición de no degeneración ahora es  $\frac{|\mu - E_d|}{kT} \gg 1$ .

Utilícela para calcular  $\mu(T)$  y compare con  $\mu_i(T)$  del ejercicio 1 para  $N_d = 10^{12}m^{-3}$ . Note la existencia de una región de temperatura dominada por el comportamiento intrínseco y otra dominada por el comportamiento extrínseco. Estime el rango de temperatura en el cual vale la condición de no degeneración.

v) Obtenga  $n_c(T)$  y  $p_v(T)$  y compare con  $n_i(T)$  del ejercicio 1.

**Ayuda:** Para i) la energía del nivel  $n$  de un átomo hidrogenoide de carga  $Ze$  es  $E_n = \frac{-mZ^2e^4}{2\hbar^2n^2}$  y el radio de la órbita  $r_n = \frac{\hbar^2n^2}{mZe^2}$ . Por otro lado en un medio de constante dieléctrica  $\epsilon$  la carga nuclear se apantalla según  $Ze \rightarrow Ze/\epsilon$ .

4. Orbitas de impurezas: el InSb tiene un gap  $E_g = 0,23\text{eV}$ , una constante dieléctrica  $\epsilon = 18$  y una masa efectiva  $m_c^* = 0,015m$ . Calcular

i) La energía de ionización del donador.

ii) El radio típico del estado fundamental.

iii) La concentración de donores a la que comenzarán a superponerse los orbitales correspondientes a átomos de impurezas adyacentes.

5. Ionización de donores: en un dado semiconductor hay  $10^{13}$  donores/ $\text{cm}^3$ , con una energía de ionización  $E_d = 1\text{meV}$  y una masa efectiva  $m_c^* = 0,01m$ .

i) Estimar la concentración  $n$  de electrones de conducción a  $T=4$  K.

ii) Calcular el coeficiente Hall. Suponer que no hay impurezas aceptoras presentes y que  $E_d \gg kT$ . Recordar que  $R_H = -1/nec$

6. Óptica de semiconductores: Interacción dipolar  $E \cdot d$

Un semiconductor de bandgap directo con  $E_g$  es iluminado con luz monocromática de frecuencia angular  $\omega$ , bajo condiciones de baja temperatura. Esto produce la transición de electrones de la banda de valencia a la banda de conducción. Utilice como modelo el GaAs, con  $E_g = 1,35\text{eV}$ .

i) ¿Qué longitudes de onda de la luz producen transiciones electrónicas?

ii) La interacción de la luz con el electrón se modela con el Hamiltoniano de acoplamiento mínimo  $h = 1/(2m)[p - eA(r, t)]^2 + \phi(r)$ , donde  $A(r, t)$  es el potencial vector y  $\phi$  un término potencial que incluye el potencial escalar y el potencial de la red. Considere el Gauge de Coulomb. Simplifique el resultado para campos EM poco intensos en la aproximación dipolar.

iii) Utilizando la relación de conmutación de la posición y  $h$ , exprese el hamiltoniano en términos del momento dipolar eléctrico y el campo eléctrico (elimine el momento  $p$ ). [Expresar el resultado en términos de operadores de  $|b'k'\rangle|bk\rangle$ ]

7. Óptica de semiconductores: Transiciones interbandas \*

El Hamiltoniano de interacción puede escribirse como

$$H_I = -E(t) \sum_k (d_{cv}|ck\rangle\langle vk| + d_{cv}^*|vk\rangle\langle ck|),$$

donde  $E(t) = E_0/2(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$  es el campo eléctrico. La matriz densidad de partícula única es

$$\rho_k(t) = \sum_{\lambda'\lambda} \rho_{\lambda'\lambda}(k, t)|\lambda'k\rangle\langle\lambda k|,$$

i) Escriba la ecuación de Liouville para la coherencia interbanda a un  $k$  arbitrario.

ii) Asumiendo que la interacción luz-materia es debil (perturbación), que a tiempo  $t = 0$   $\rho_{cc}(k, 0) = 0$  y  $\rho_{vv}(k, 0) = 1$ , y la Rotating Wave Approximation (retener solo los terminos  $e^{\pm i(\omega - \epsilon_{ck} + \epsilon_{vk})}$ , donde  $\epsilon_{bk}$  es la energía del estado  $k$  en la banda  $b$ , sin la perrurbación), escriba la ecuación para  $\rho_{cv}(k, t)$  y resuelva.

iii) Interprete.

8. Óptica de semiconductores: Efecto sobre el campo Electromagnético \*

Utilizando la expresión de la coherencia interbanda hallada en el ejercicio anterior, y el valor de expectación del momento dipolar eléctrico

$$P(t) = Tr[\rho(t)d]$$

i) Halle la susceptibilidad eléctrica en función de la frecuencia.

ii) Halle el coeficiente de absorción.

iii) Interprete.

\* REF: QUANTUM THEORY OF THE OPTICAL AND ELECTRONIC PROPERTIES OF SEMICONDUCTORS, Haug y Koch