

Guía 6: FLUIDOS

Unidades de presión

$[P] = [F]/[S] : [MKS] \text{ Pascal (Pa), } 1\text{Pa} = 1\text{N/m}^2 ; [CGS] \text{ bar, } 1\text{bar} = 10^6 \text{ dyn/ cm}^2 = 10^5 \text{ Pa}$

(Atmósfera:at) $1\text{at} = 760 \text{ mmHg} = 760 \text{ Torr} = 1,033 \text{ kg/ m}^2 = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 1013,25 \text{ hPa} = 1,01325 \cdot 10^6 \text{ dyn/ cm}^2 = 1,01325 \text{ bar}$

Datos: $g = 9,81\text{m/s}^2 = 981 \text{ cm/ s}^2 ; \text{ densidad del agua } 1\text{g/cm}^3 = 1000\text{kg/m}^3.$

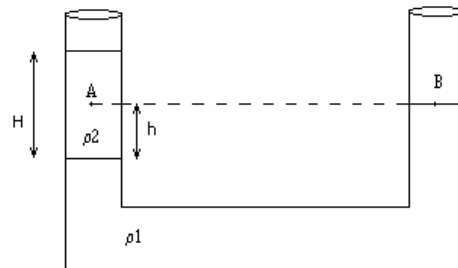
Para recordar: $1 \text{ nano} = 10^{-9}; 1 \text{ pico} = 10^{-12}; 1 \text{ femto} = 10^{-15} .$

I. Hidrostática

1. Un tubo en U contiene mercurio ($\rho = 13.6 \text{ g/cm}^3$). Se echan 20 cm de agua en la rama derecha y se espera a que el sistema esté nuevamente en equilibrio. ¿Cuánto se elevó la columna de la izquierda respecto del nivel original? Resp. 7.3 mm

2. En un tubo en U, hay dos líquidos inmiscibles de densidades ρ_1 y ρ_2 . Se mide el nivel ($h = 1.5 \text{ cm}$) del punto B respecto a la superficie que separa a los dos líquidos, y la altura de líquido de menor densidad ($H = 4 \text{ cm}$)

- a) Halle la relación de las densidades ρ_1/ρ_2 .
- b) Si $\rho_2 = 1\text{g/cm}^3$ y la presión ambiente es de 1009hPa , calcule la presión en el punto A.



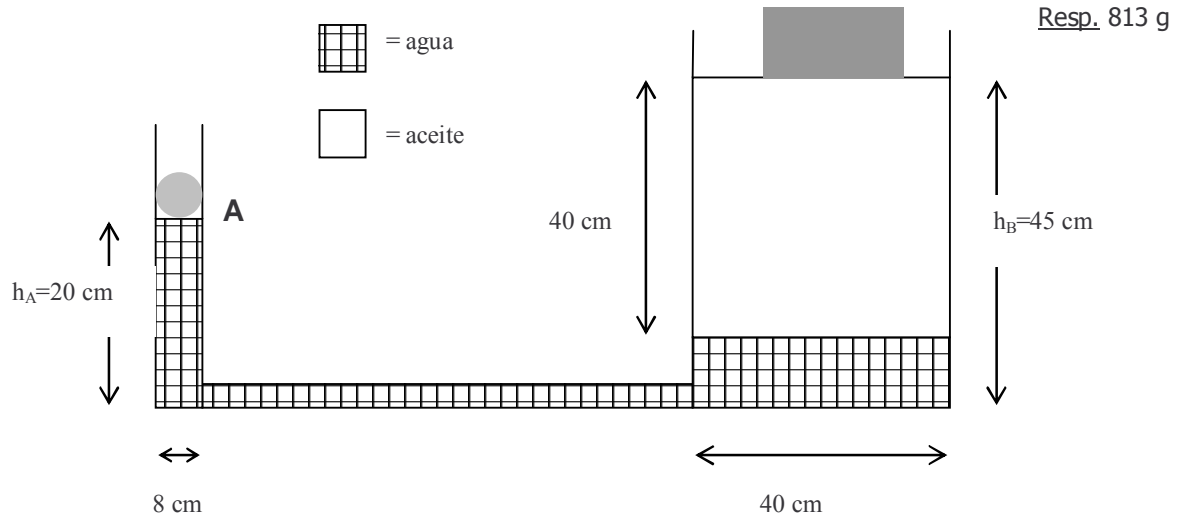
Resp. a) 2.67 b) 1011.5 hPa

3. La presión de agua a la entrada de una casa a nivel del suelo es de $1,1 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$ (aproximadamente 11 atm). ¿Hasta qué altura llega el líquido sin ser bombeado? Considere que el dato es diferencia de presión respecto de la atmosférica. Resp. 112 m

4. Un tubo en U, abierto en ambas ramas, contiene un líquido A. Por una de las ramas se introduce otro líquido B no miscible con A hasta alcanzar una altura $h_B = 10 \text{ cm}$ respecto de la superficie de separación de ambos líquidos. Sabiendo que las densidades de los líquidos respecto al agua valen $\gamma_A = 2$ y $\gamma_B = 3$, deducir la relación entre h_A , h_B , γ_A y γ_B . Calcular el valor de h_A . Resp. $h_B/h_A = \gamma_A/\gamma_B = 2/3; h_A = 15 \text{ cm}$

5. La prensa hidráulica de la figura está formada por dos depósitos cilíndricos de diámetros 8 cm y 40 cm, conectados por un tubo horizontal. La prensa contienen dos líquidos inmiscibles: agua (densidad

1g/cm³) y aceite (densidad 0.68 g/cm³). Esta prensa hidráulica se utiliza como una balanza de precisión. Se coloca el objeto a pesar en A, y una pesa conocida (m=5kg) en B. Luego se leen las alturas totales de las dos columnas, h_A y h_B. Si estas alturas son h_A=20 cm y h_B=45 cm, y la presión atmosférica es 1012 mbar, calcule la masa del objeto en A.



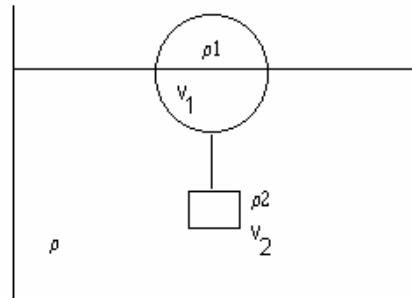
6. Se tiene una prensa hidráulica de secciones $S = 1 \text{ cm}^2$ y $S' = 100 \text{ cm}^2$. Se aplica sobre S una fuerza F_1 de 400 N formando un ángulo de 60° con su normal. Calcular:

- a) la presión sobre S y la presión sobre S' .
- b) la fuerza F_2 que actuando sobre S' equilibra al sistema (dar dirección y sentido)

Resp. a) $2 \cdot 10^6 \text{ Pa}$; b) $F_2=20000 \text{ N}$

7. En la figura se muestra una esfera de volumen 500 cm^3 y densidad 0.3 g/cm^3 unida mediante una cuerda inextensible a un cilindro de 250 cm^3 de volumen. Así unidos, la esfera flota en el agua sumergiéndose sólo la mitad de su volumen. Halle la tensión en la cuerda y la densidad del cilindro.

Resp. $T=0.98 \text{ N}$; $\rho_2=1.4 \text{ g/cm}^3$



8. Una burbuja de aire caliente a 30° C , formada en el suelo, está rodeada del aire frío a 10° C que está en capas más altas de la atmósfera.

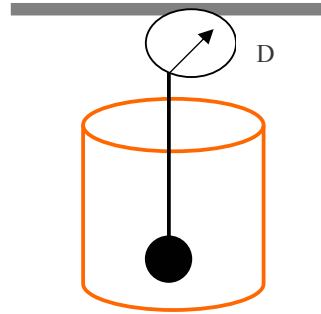
- a) ¿Cuál es la fuerza total sobre la burbuja si su volumen es de 8 cm^3 ?
- b) ¿Cuál es la aceleración ascendente de la burbuja si depreciamos la resistencia del aire?

Datos: $\rho(10^\circ\text{C})=1250 \text{ g/ m}^3$, $\rho(30^\circ\text{C})=1167 \text{ g/ m}^3$.

Resp. a) 6.5 N , b) 0.7 m/s^2

9. Para conocer la densidad de un cuerpo de volumen muy irregular se lo sumerge en dos líquidos distintos. Al sumergirlo totalmente en agua pura se hace una fuerza de 12 N para sostenerlo, mientras que sumergido totalmente en una solución salina ($\rho = 1.06 \text{ g/cm}^3$) la fuerza que hay que hacer es de 10.5N. Calcule la densidad del cuerpo. Resp. 1.48 g/cm^3

10. Para calcular la densidad de una esfera de material desconocido se la pesa sumergida en una lata cilíndrica de radio $R=20 \text{ cm}$ con agua. Al sumergirse totalmente la esfera el nivel de agua sube 2 cm. Si la lectura del dinamómetro D es de 20 N calcule la densidad del material (suponga que la esfera es homogénea).



Resp. 1.81 g/cm^3

11. Dentro de una caja hueca (50cm x 40cm de base y 30cm de altura) de masa 1 kg, se coloca un cuerpo cuya masa es $M=10 \text{ kg}$. Si la caja se sumerge en agua ¿Qué porcentaje de ésta queda sumergida? Halle la presión en la base de la caja (considere la presión atmosférica = 1 atm).

Resp. 18.3 %, $P=1.005 \text{ atm}$

12. Un bloque de madera flota en el agua con las $2/3$ partes de su volumen sumergido, mientras que en aceite tiene sumergido 90% de su volumen. Hallar la densidad de la madera y del aceite.

Resp. $\rho_{\text{madera}}=0.67 \text{ g/cm}^3$; $\rho_{\text{aceite}}=0.74 \text{ g/cm}^3$

13. Calcular el área mínima de un bloque de hielo ($\rho = 0,93 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$) de 0,3m de espesor que flota en el agua para que sea capaz de sostener un automóvil que pesa 11.125 N. Resp. 54 m^2

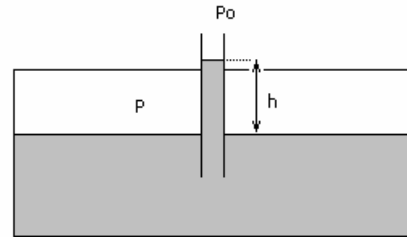
14. Un cilindro de 10 cm de altura y 4 cm^2 de sección, flota verticalmente en el mar calmo con 8 cm de su altura sumergidos (la densidad del agua de mar es $\delta_0=1025 \text{ kg/m}^3$).

a) Calcule la densidad del cilindro, suponiendo que es macizo y homogéneo

b) Se hunde 1cm más el cilindro y se lo suelta. Muestre que se moverá con movimiento oscilatorio armónico y período $T=2\pi/\omega$ y $\omega^2= \delta_0 g/(\delta h)$

II. Tensión superficial

15. Un recipiente cerrado tiene conectado un tubo capilar cilíndrico de vidrio abierto a la atmósfera de 0.1mm de radio interior. El recipiente contiene agua a una presión $P=1.01$ atm y a $T=20^\circ\text{C}$. Fuera del recipiente la presión atmosférica es $P_{\text{atm}}=1.0$ atm. Sabiendo que la tensión superficial del agua es 72.8 dyn/cm, con $\theta_{\text{agua}} \approx 0$ (ángulo de contacto agua-vidrio) calcule la altura de agua en el tubo capilar.



Resp. 25.1 cm

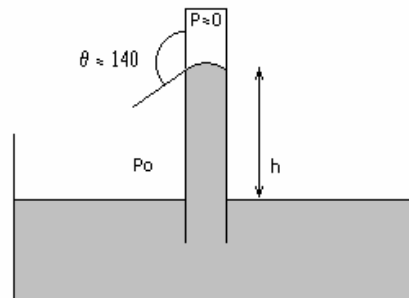
16. ¿Cuánto sube el agua por un tubo capilar de 1mm de radio solo por la acción de la tensión superficial?

Resp. 1,5 cm

17. En una canilla que gotea, deducir el tamaño aproximado de las gotas en función del radio r del tubo de salida (sugerencia: este fenómeno se debe a una competencia entre la tensión superficial y el peso de la gota).

Resp.: $R = (3 r \tau_{H_2O} / 2 \rho g)^{(1/3)}$

18. En el barómetro de la figura (2mm de diámetro interior) calcule la altura de la columna de mercurio (densidad $13,6$ g/cm) en un día en que la presión atmosférica es de 950 milibares. Tome en cuenta que la tensión superficial del mercurio a 20°C es 465 dyn/cm, con un ángulo de contacto mercurio-vidrio $\theta_{\text{Hg}} = 140^\circ$.



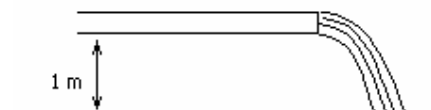
Resp. 70.7 cm

18. ¿Cuál debe ser el diámetro mínimo del barómetro de mercurio del problema anterior para que la corrección por capilaridad no exceda 1.0 mm?

Resp. diámetro mínimo= 1cm

III. Hidrodinámica de fluidos ideales

19. Una manguera esta colocada horizontalmente a una altura $h=1\text{m}$ del piso, y el agua sale por la boca de sección A_1 a una velocidad $v_1 = 4$ m/s.

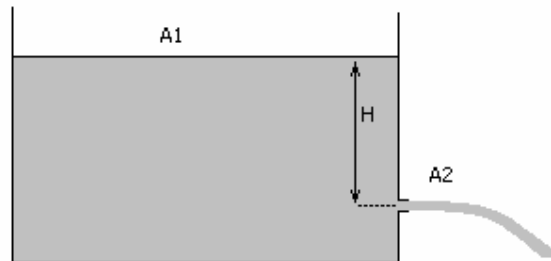


a) ¿Con qué velocidad llega el chorro de agua al piso?

b) ¿Cuál es la sección del chorro de agua al tocar el piso?

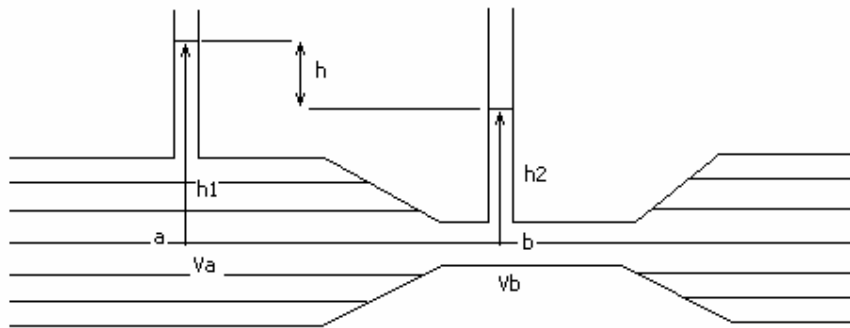
Resp.: a) 6 m/s b) $A_1/A_2 = 5/4$

20. En la figura se muestra un tanque conteniendo un líquido que sale por un orificio ubicado en la pared, a una profundidad de 2m bajo el nivel del líquido. La sección del tanque es $A_1=1.2 \text{ m}^2$, mientras que la del orificio es de 2 mm^2 . Calcule la velocidad con que sale el líquido por el orificio y el volumen que se pierde al cabo de 1 hora.



Resp. $v=6.26 \text{ m/s}$; pierde 45.1 litros

21. En la figura se muestra un tubo de Venturi por el que fluye agua, la diferencia de altura entre las superficies libres del agua en los tubos verticales, es $h = h_1 - h_2 = 10 \text{ cm}$. Si se denota con a la parte ancha y con b la parte estrecha del tubo, vale $A_a = 2 A_b$



a) Halle las velocidades v_a y v_b

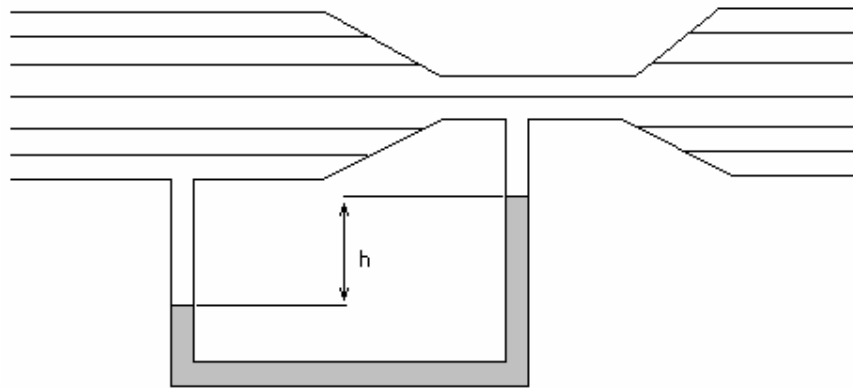
b) ¿Es posible hallar las presiones en a y b con estos datos?

c) ¿Dependen los resultados de la secciones de los tubos verticales?

Resp.: a) $v_a = 80,87 \text{ cm/s}$, $v_b = 161,74 \text{ cm/s}$.

22. Un tubo de Venturi tiene una sección transversal de 36 cm^2 en la parte ancha y de 9 cm^2 en el estrechamiento. Cada 5s, salen del tubo 27 l de agua. a) Calcule las velocidades v_a y v_b , b) halle la

diferencia de presiones entre las partes a y b, c) calcule la diferencia de alturas entre las columnas de mercurio del tubo en U.



Resp.: a) $v_a = 150 \text{ cm/s}$, $v_b = 600 \text{ cm/s}$, b) $p_a - p_b = 0,169 \text{ bar}$, c) $h = 13,65 \text{ cm}$.

23. El flujo sanguíneo de la arteria de un perro, se hace pasar por un tubo de Venturi. La parte más ancha de dicho tubo, tiene un área transversal $A_a = 0,08 \text{ cm}^2$, que es igual al área transversal de la arteria. La parte más estrecha del tubo tiene una área $A_b = 0,04 \text{ cm}^2$. La caída de presión en el tubo es de 25 Pa.

¿Cuál es la velocidad de la sangre en la arteria? Datos: $\rho_{\text{sangre}} = 1059,5 \text{ Kg/m}^3$.

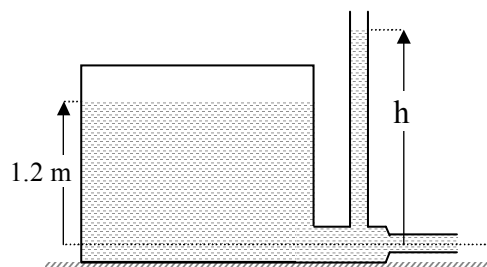
Resp.: $v_a = 0,125 \text{ m/s}$

24. Una manguera de jardín tiene un diámetro interno de 20 mm y se conecta con un aspersor (regador) que es una caja con 24 agujeros de 2 mm de diámetro c/u. Si el agua (incompresible y no viscosa) en la manguera tiene una velocidad de 1 m/s (régimen estacionario), ¿con qué velocidad sale de los agujeros del regador?

Resp. $v_a = 4,17 \text{ m/s}$

25. En un depósito de gran sección como el de la figura, el agua alcanza una altura de 1,2 m. El depósito se presuriza a 2 atm. El tubo de desagüe tiene secciones transversales de 18 cm^2 y 9 cm^2 .

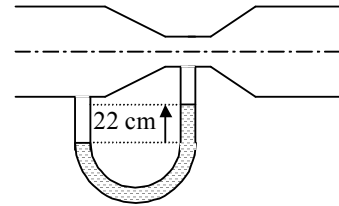
- ¿Cuál es el caudal de salida del agua?
- ¿Hasta qué altura h llega el agua en el tubo abierto?
- ¿Se modifica el caudal de salida en instantes posteriores? ¿Por qué? Si se modifica, ¿qué habría que hacer para mantenerlo constante?



d) Si se practica una perforación en la parte superior del tanque, ¿cuál es la altura h ?

26. Un medidor de Venturi que tiene un diámetro de tubo de 20 cm y un diámetro de garganta de 10 cm, está equipado con un manómetro diferencial como el de la figura. La diferencia de alturas en el manómetro es 22 cm y $\rho_{Hg} = 13.6 \text{ gr/cm}^3$. Calcule

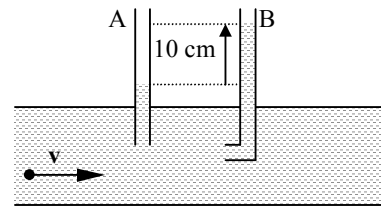
- el caudal de agua.
- la diferencia de presiones entre el tubo y la garganta.
- las velocidades del agua en la parte ancha y en la garganta.



Resp. a) 60 l/s; b) 271.9 hPa; c) $v_1=1,9 \text{ m/s}$ y $v_2=7,6 \text{ m/s}$

27. Por un tubo horizontal como el de la figura circula un líquido. La diferencia de altura del líquido entre el tubo A y el acodado B (tubo de Pitot) es de 10 cm. Los diámetros de los dos tubos son iguales.

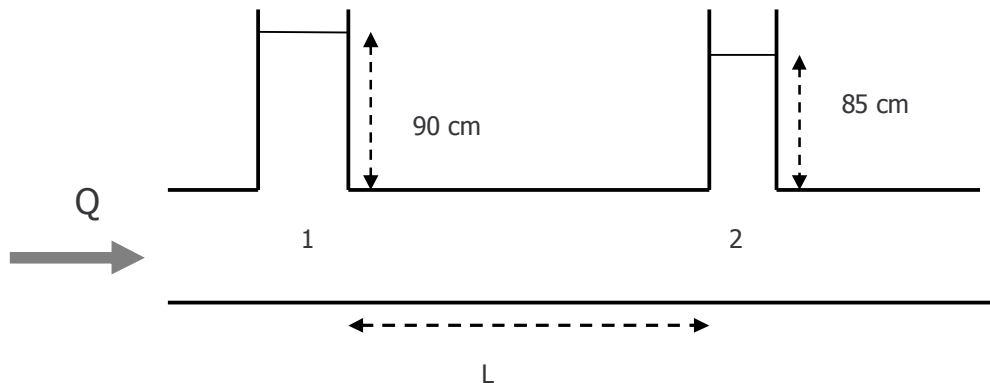
- Explique la diferencia de altura del líquido entre ambos tubos.
- Halle la velocidad de la corriente en el tubo horizontal.



Resp. $v_B=0$; $v_A=1,4 \text{ m/s}$

IV. Hidrodinámica de fluidos viscosos

28. Se mantiene un flujo de agua (densidad $\rho=1 \text{ g/cm}^3$, viscosidad $\eta=1\text{cp}=10^{-2} \text{ dyn/cm}^2 \text{ s}=10^{-3} \text{ Pa s}$) por una tubería horizontal de sección circular constante de radio $R=10 \text{ cm}$. La tubería está conectada a una manguera en el extremo A y un desagüe en B. El flujo es laminar y se verifica una caída continua de la presión como lo muestran las alturas en las columnas ubicadas en las posiciones 1 y 2 de la figura.



- Diga si se conserva o no la energía del fluido al atravesar la tubería
- Calcule las pérdidas de energía por unidad de volumen entre los puntos 1 y 2

f) Sabiendo que el caudal Q es de 30 l/min, calcule la velocidad media del fluido por la cañería ($v_{media} = Q/\pi R^2$)

g) La ecuación de Hagen-Poiseuille relaciona la pérdida de presión ΔP en una tubería cilíndrica de radio R y largo L , con el caudal de líquido y su viscosidad: $Q = \Delta P \pi R^4 / (8\eta L)$. En base a esta expresión calcule la separación entre las dos tomas de presión del problema.

29. Por un tubo horizontal de diámetro interior 1,2 mm y longitud 25 cm circula un caudal de líquido de 0,3 ml/seg. ¿Cuál es la diferencia de presión entre sus extremos si el líquido es agua a 20° C ($\eta = 1\text{cp}$)? ¿Y si es sangre a 37° C ($\eta = 2,08\text{ cp}$)?

Número de Reynolds: La primer publicación sobre modelos de flujo de fluidos en cañerías y tubos fue hecha por Reynolds en 1883 (Proceedings of the Royal Society of London vol. 174, pag. 935). Reynolds experimentó inyectando colorantes a la corriente móvil en tubos cilíndricos y trabajó con una magnitud adimensional que luego se llamó número de Reynolds, $N_R = 2(\rho v_{media} R)/\eta$. Lo que encontró es que para $N_R > 2000$ el flujo de la tubería pasaba de laminar a turbulento.

30. Calcule el número de Reynolds de la sangre (densidad de la sangre 1.06 g/cm³; viscosidad a 37°C, $\eta_{sangre} = 2.08\text{ cp}$) circulando por la arteria aorta ($r = 9\text{mm}$, $v = 33\text{cm/s}$) y por un capilar ($r = 2\mu\text{m}$, $v = 0.066\text{ cm/s}$). ¿Qué puede decir de flujo de sangre en cada caso?

31. Calcule el número de Reynolds correspondiente al movimiento de una célula en agua a razón de 50 $\mu\text{m/s}$ ($r_{célula} = 0.33\ \mu\text{m}$, $\eta_{agua} = 1\text{cp}$).

32. El petróleo crudo tiene una viscosidad aproximada de 0.8 Pa s a la temperatura ambiente. Se planifica la construcción de un oleoducto de 50 km desde el yacimiento hasta la terminal de buques petroleros. El oleoducto va a distribuir petróleo con un caudal de 500 l/s y el flujo debe ser laminar para minimizar la presión necesaria para impulsar el fluido a través de la tubería. Suponiendo que la densidad de crudo es de 700 kg/m³ estimar el diámetro para el oleoducto.

33. Un objeto esférico que se mueve en un fluido viscoso sufre una fuerza de arrastre que se opone al movimiento que, si el número de Reynolds es chico, es directamente proporcional a la velocidad según

$$F_v = 6\pi\eta R v \quad \text{“Ley de Stokes”}$$

donde η es la viscosidad del fluido y R es el radio del objeto.

a) Muestre a partir de la ecuación de Newton para una esfera cayendo verticalmente en un fluido que la ecuación horaria de la velocidad es

$$v(t) = v_L [1 - \exp(-6\pi\eta R t)]$$

¿De qué parámetros depende v_L ? Considere que inicialmente $v=0$ y grafique $v(t)$

b) Exprese la aceleración de caída de la piedra en función del tiempo y gráfiquela

c) Calcule v_L para una esferita de 150g y radio 1cm cayendo verticalmente por un tubo lleno de glicerina (densidad $\rho = 0.70 \text{ g/cm}^3$ y viscosidad a 20°C , $\eta = 1.52 \text{ Pa s}$). ¿Cuánto tiempo tarda en estar al 99% de la velocidad límite?

d) Repita los cálculos para la misma bolita cayendo en agua (densidad $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$ y viscosidad a 20°C , $\eta = 1 \cdot 10^{-3} \text{ Pa s}$) y cayendo en el aire (densidad $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$ y viscosidad a 20°C , $\eta = 1.81 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s}$).

¿Qué conclusiones saca con respecto a aproximar la caída en aire para esta esferita con la caída en vacío?

Nota: este principio es el que se utiliza en los experimentos de electroforesis en gel, donde la velocidad de migración de la proteína o velocidad electroforética es esta velocidad límite.

34. Calcule la fuerza que deben hacer los motores moleculares que mueven los flagelos de una bacteria E. coli para que esta se mueva en un medio acuoso ($\eta = 10^{-2} \text{ gr cm}^{-1} \text{ s}^{-1}$) a una velocidad constante de $25 \mu\text{m/seg}$. Aproxime la bacteria es una esfera de $2 \mu\text{m}$ de radio.

Resp.: $0,1 \text{ fN}$ (1 femto = 10^{-15})

35. Suponga que una fuerza de 1 pN se aplica a una proteína de 100 kDa . En un medio sin viscosidad, ¿a qué velocidad se moverá después de 1 ns ? ¿Qué distancia avanzará en ese tiempo? Si la proteína está en un medio viscoso como el citoplasma cuya viscosidad es 1000 veces mayor que la del agua ($\eta = 10 \text{ gr cm}^{-1} \text{ s}^{-1}$), ¿cuál es su velocidad límite? ¿qué distancia recorrería en 1 ns a esa velocidad? Ayuda: La masa de una proteína de 100 kDa es $166 \times 10^{-24} \text{ Kg}$ y su radio, suponiendo que es esférica, es de 3 nm .

36. Considere una bacteria que se mueve a una velocidad de $25 \mu\text{m/seg}$. Si se apagan los motores moleculares que le dan la fuerza de propulsión ¿Cuán lejos llegará? Ayuda: considere que la bacteria es esférica con un radio de $1 \mu\text{m}$ y una densidad de 103 kg/m^3 .

37. Suponga una bacteria esférica de $2 \mu\text{m}$ de radio y densidad 1000 kg/m^3 .

a) Si se la suelta en el aire ¿cuál será el módulo de su velocidad 1 segundo después?

- b) Suponga ahora que a la misma bacteria se la pone en agua (viscosidad $\eta=10^{-3}$ kg/m.s) y comienza a desplazarse haciendo una fuerza equivalente a su peso. ¿Cuál será el módulo de su velocidad 1 segundo después?
- c) Grafique cualitativamente $v(t)$ para los casos a y b.
- d) ¿Se conservó la energía mecánica? ¿Por qué?

Resp: a) 10 m/s ; b) 8,9 $\mu\text{m/s}$