

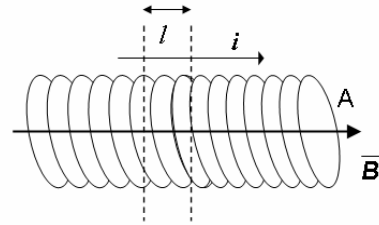
## Guía 10. Circuitos RLC

**Introducción:** En la forma de la ley de Faraday-Lenz, un circuito que enlaza campo magnético siente la acción de una fuerza electromotriz proporcional a la variación temporal del flujo magnético,

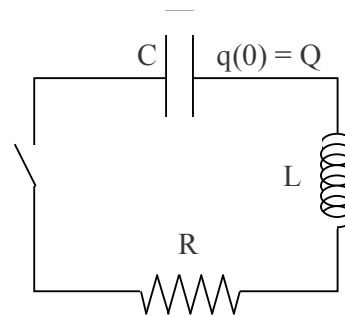
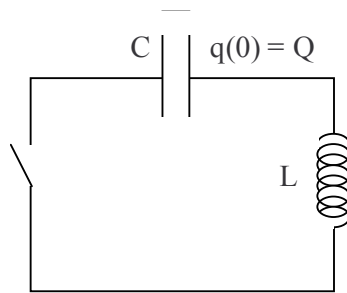
$$\varepsilon_{ind} = -d\phi_B/dt .$$

Para amplificar los efectos del campo magnético en el circuito, se enrolla el cable a la manera de un solenoide. El campo magnético  $\vec{B}$  en un solenoide es proporcional a la corriente que circula por las espiras, y si esta disposición geométrica no cambia en el tiempo y no hay campos externos, la única variación de flujo magnético provendrá de la variación de la propia corriente que circula a través del solenoide. La f.e.m. inducida será entonces  $\varepsilon_{ind} = -Ldi/dt$ , donde  $L$  es un factor geométrico que lleva el nombre de autoinductancia.

1. Utilizando la ley de Faraday y la relación  $\varepsilon_L = -L \frac{di}{dt}$ , calcule el valor de  $L$  para un segmento de longitud  $l$  en un solenoide infinito de área transversal  $A$ . ¿De qué parámetros depende  $L$ ? ¿Cómo se comporta el potencial inducido para un aumento o una disminución de la corriente?



2. Para los circuitos representados abajo (circuito LC en el primer caso y circuito RLC en el segundo) escriba la ecuación diferencial para la carga  $q$



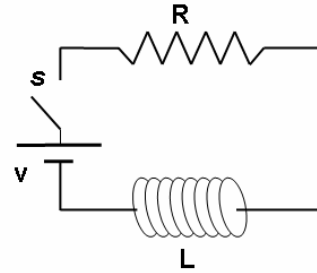
- Demuestre que el circuito LC oscila con una frecuencia natural  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ .
- Escriba las soluciones para el circuito RLC en función de sus parámetros:  $R > 2\sqrt{L/C}$  y  $R < 2\sqrt{L/C}$ .
- Demuestre que, para el caso oscilatorio, la frecuencia es  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - (R/2L)^2}$ .
- Describa el comportamiento de un circuito RL.

3. Podemos estudiar las respuestas del circuito anterior cuando se lo somete a una tensión alterna, es decir fuentes de tensión que varían sinusoidalmente como  $E(t) = E_0 \cos(\omega t)$

aplicadas a un circuito RLC como el anterior, reemplazando la llave por una fuente de este tipo.

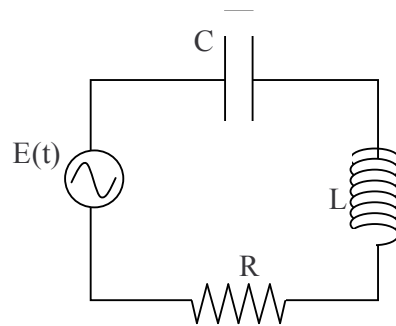
- Escriba la ecuación diferencial que lo caracteriza.
- Separe la ecuación en sus partes *homogénea* y *particular*. La solución completa del problema es, como siempre, la superposición de las soluciones:  $i(t) = i_h(t) + i_p(t)$ .

4. Para el circuito de la figura (circuito RL), analice el comportamiento en el tiempo luego de que se cierra el interruptor  $s$ . Plantee para ello la ecuación diferencial que describe el sistema y resuélvala para hallar  $i(t)$  y  $V(t)$ . Grafique las soluciones.



**Dinámica del circuito RLC:** ésta puede entenderse como la competencia en el tiempo de dos respuestas. Una respuesta transitoria, en el que el comportamiento depende de las condiciones iniciales y de los parámetros del problema. Esta primera respuesta corresponde a la solución homogénea de la ecuación diferencial, que ya calculó en el problema anterior, y que decae en el tiempo. La que sobrevive es la solución estacionaria (que corresponde a la solución particular de la ecuación diferencial). La corriente, en este caso, puede escribirse como

$i_p(t) = i_0 \cos(\omega t + \varphi)$ , con la misma frecuencia  $\omega$  de la fuente. Esta es una característica de los circuitos lineales, cuya corriente termina siguiendo pasivamente la frecuencia propia de la fuente.

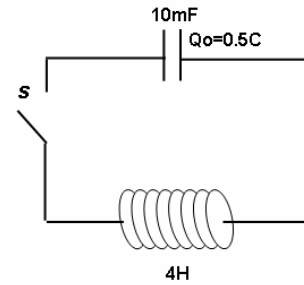


5. Considere un circuito RLC como el de la figura anterior y verifique que la función propuesta para la corriente,  $i_p(t) = i_0 \cos(\omega t + \varphi)$ , es una solución particular de la ecuación diferencial, donde la fase  $\varphi$  y la amplitud  $i_0$  dependen de la frecuencia de la fuente, es decir,  $\varphi = \varphi(\omega)$  y  $i_0 = i_0(\omega)$ .

- Esa solución describe el comportamiento de la corriente para tiempos grandes respecto del tiempo típico del transitorio. Encuentre que este tiempo es del orden de  $\tau = 2L/R$ .
- Describa cualitativamente qué respuestas espera encontrar para frecuencias muy bajas y muy altas. Para eso, piense cómo se pueden caricaturizar un capacitor y una inductancia en esos casos.
- ¿Puede describir el comportamiento general de  $i_0(\omega)$ ? Demuestre que



8. Se tiene un circuito LC como el de la figura con  $C=10\text{mF}$  y  $L=4\text{H}$ , donde la carga inicial tiene un valor  $Q_0=0.5\text{C}$ ; en  $t=0$  se cierra el interruptor  $s$ . ¿Cuál es el valor inicial de la corriente?



a) Halle los valores máximos de la corriente y el voltaje, y la frecuencia de oscilación (Ayuda: plantee y resuelva la ecuación diferencial para la carga  $Q$  en el circuito). ¿Qué valor deberían tomar los parámetros equivalentes de un oscilador mecánico ( $k$  y  $m$ ) para que oscile con la misma frecuencia?

b) Para un circuito RLC con  $L$  y  $C$  como en el punto a) y una resistencia  $R=2\Omega$  ¿en qué régimen se encuentra el sistema?

9. Se carga un capacitor de  $5\text{nF}$  y se descarga a través de una bobina. Calcule la inductancia de la bobina si la corriente oscila con una frecuencia de  $5\text{KHz}$ .

10. *Analizador de frecuencias.* Se quiere armar un dispositivo eléctrico para identificar la frecuencia (con una precisión de  $\pm 50\text{ Hz}$ ) de una onda electromagnética pura (de la cual se sabe que esta entre  $100$  y  $500\text{ Hz}$ ). Se dispone para esto de tres circuitos RLC para los cuales el valor de  $L$ ,  $C$  y  $R$  puede elegirse libremente. Se cuenta con transformadores que convierten las ondas en una señal alterna de potencial. Además de estos tres osciladores se cuenta con detectores de corriente (amperímetros).

Ayuda: usar las relaciones anteriores para la frecuencia de resonancia, el máximo de corriente y el ancho de banda.

El pico de resonancia de un oscilador esta en 
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

La corriente máxima esta dada por la formula: 
$$I(\omega_0) = I_{\max} = \frac{E_0}{R}$$

El ancho de la curva de resonancia, que tomamos como el punto en el que la potencia disminuye a un 50% esta dado por:

$$\Delta\omega \equiv \frac{R}{L}$$

¿Cómo haría para estimar la frecuencia con mayor precisión, con este mismo dispositivo que acaba de construir? ¿Qué sucede si la señal no es un único tono sino que contiene varias frecuencias?