

---

***Métodos Numéricos en Ciencias de la Atmósfera - Métodos Numéricos***

---

**PRÁCTICA 3**

***ECUACIONES ELÍPTICAS***

Dada la ecuación de Poisson:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \dots + \dots \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \dots = f(x, y) \quad (1)$$

en el dominio rectangular  $0 < x < y_{max}$ , con condiciones de borde del tipo Dirichlet.

Si se discretiza este dominio en un retículo bidimensional uniforme de paso  $\Delta x = \Delta y = 1$ , será:

$$\begin{array}{ll} u(x, y) & U_{i,j} \\ f(x, y) & F_{i,j} \end{array}$$

con  $i=0, 1, \dots, N$  y  $j=0, 1, \dots, M$ , donde  $M$  y  $N$  representan el número de puntos en las direcciones  $x$  e  $y$ , respectivamente.

1. En un retículo con  $M=N=10$  y considerando la solución de la ecuación (1):
  - a) Calcular el forzante  $F_{i,j}$  con un laplaciano de 5 puntos.
  - b) Con el forzante obtenido en a), determinar la solución numérica  $G_{i,j}$  de la ecuación de Poisson, mediante el método de relajación con sobre-relajación, considerando para los residuos una cota igual a 0.01.
  - c) Analizar cómo varía el número de iteraciones con el coeficiente de sobre-relajación.
  - d) Imprimir la matriz  $U$  y la matriz  $G$ . Calcular e imprimir el error cuadrático medio entre la solución numérica y la solución exacta.
2. Considerar las mismas condiciones que en el ejercicio 1 y utilizar el método sin sobre-relajación para determinar la solución numérica. Comparar el número de iteraciones necesarias y la precisión de la solución numérica respecto a lo obtenido en el ejercicio 1.