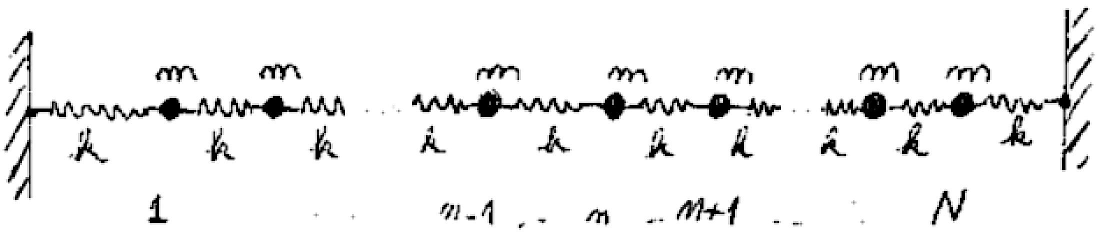
Física 2. Segundo cuatrimestre 2006

Guía N°3: Modos Normales 2. Sistemas periódicos

1. Considere el sistema de N masas mostrado en la figura

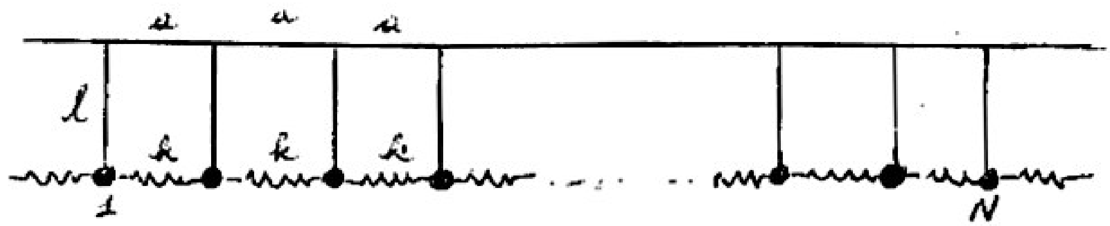


a) Usando la aproximación de pequeños ángulos, escriba la ecuación de movimiento transversal para la partícula *n*.
b) Proponga una solución de la forma:

$$\Psi_n^{(p)}(t) = A^{(p)} \cos(n\,k^{(p)}a + \alpha^{(p)}) \cos(\omega^{(p)}t + \phi^{(p)}) .$$

Halle la relación de dispersión y grafíquela. ¿Depende esta relación de las condiciones de contorno?, ¿Cuánto vale la frecuencia más baja?, ¿Qué representa dicho modo?
c) Obtenga las frecuencias correspondientes a los modos normales cuando ambos extremos están libres (atención: ¿cómo sería un "extremo libre" en esta configuración?) y escriba la solución general para la masa *n*.
d) Idem anterior, pero considerando que el extremo izquierdo está libre y el derecho fijo a la pared.
e) Particularice los resultados de los dos ítems anteriores para el caso en que $N = 3$.

2. Considere el sistema de péndulos acoplados de la figura.
a) Escriba la ecuación de movimiento. Proponga una solución semejante a la del problema anterior y halle la relación de dispersión. Compárela con la obtenida en el problema anterior. ¿Cuánto vale la frecuencia más baja?, ¿Qué representa dicho modo?
b) Obtenga las frecuencias correspondientes a los modos normales cuando los resortes de los extremos están fijos y dé las condiciones iniciales para excitar el primer armónico.
c) Idem anterior, pero para el caso en que uno de los resortes de los extremos está libre.

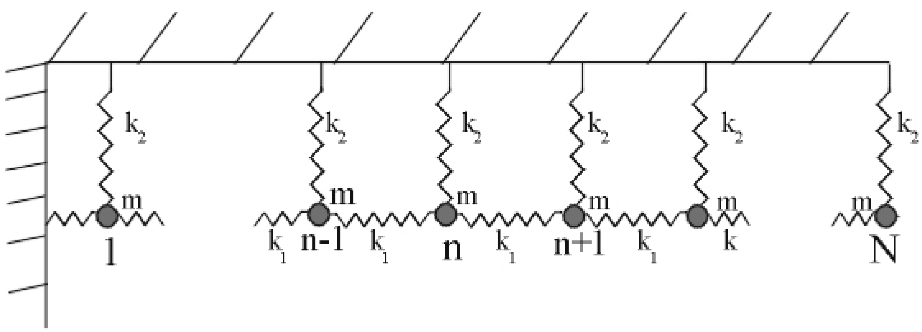


3. Se tiene un sistema de N masas *m* idénticas unidas entre sí por resortes de constante k_1. Cada masa está a su vez unida al techo por un resorte tipo slinky de constante elástica k_2. La primer masa se haya unida a la pared mediante un resorte como se indica en la figura 1.

a) Suponiendo despreciable el amortiguamiento, escriba la ecuación de movimiento para una masa *n* arbitraria.

b) Encuentre la relación de dispersión del sistema.

c) Halle las frecuencias propias.



4. A partir de la ecuación de movimiento para un sistema de péndulos acoplados, tome el límite continuo de la misma y muestre que dicha ecuación resulta ser una de ondas de la forma:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = -\omega_0^2\,\Psi + v_0^2\,\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}$$