FÍSICA TEÓRICA 1 - 1er. Cuatrimestre 2010

Guía 4: Ondas

1. *Análisis de las experiencias de Wiener:* En 1890, Wiener realizó tres experiencias para demostrar la existencia de ondas electromagnéticas estacionarias y comprobar cuál de los dos campos (eléctrico o magnético) es el vector óptico (es decir, el causante de la sensación luminosa). Dichas experiencias consistieron en: 1) Hacer incidir normalmente sobre un espejo una onda plana con polarización lineal. 2) Hacer incidir una onda plana TE sobre un espejo con un ángulo de incidencia de $45°$. 3) Ídem que el anterior, pero TM. En cada caso Wiener interpuso una película fotográfica muy delgada formando un ángulo ϕ con el plano del espejo, como muestra la figura. La distancia mínima entre la película y el espejo es d. Wiener encontró que al revelar la película aparecía un patrón de rayas negras, diferente en cada caso.

   En las experiencias (1) y (2) aparecían franjas oscuras y claras alternadas en la película. En particular, si la película se colocaba sobre el espejo ($\phi = 0, d = 0$), no registraba ninguna impresión. En la experiencia (3), no se observaban franjas en absoluto.

   Para cada uno de los casos (1), (2) y (3), calcular:

   - Los campos eléctrico y magnético en todo punto del espacio.
   - El vector de Poynting y su valor medio temporal.
   - La densidad de energía eléctrica y su valor medio temporal.
   - La densidad de energía magnética y su valor medio temporal.

   En función de estos resultados y de las observaciones experimentales antes señaladas, determinar cuál es el vector óptico y predecir, para cada experimento, el espaciamiento entre dos franjas oscuras de la película, en función del ángulo ϕ, de la distancia d y de la longitud de onda.

   (Para más detalles, ver: Longhurst, *Geometrical and Physical Optics*, Longman, 21-10.)

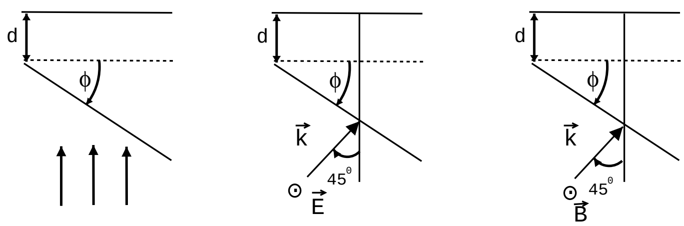

Fig. 1: Problema 1

2. Una lámina dieléctrica de permitividad ε_2 y espesor d separa a dos medios semiinfinitos de constantes ε_1 y ε_3, respectivamente ($\mu = 1$ en todo el espacio). Una onda plana incide sobre la interfase que separa los medios 1 y 2, formando un ángulo θ con la normal.

(a) Escriba el sistema de ecuaciones que determina los campos eléctricos y magnéticos en los tres medios.

(b) Resuelva las ecuaciones para los campos suponiendo incidencia normal ($\theta = 0$).

(c) Para $\theta = 0$, calcule el promedio temporal de los vectores de Poynting de las ondas en los medios 1 y 3.

(d) Para $\theta = 0$, encuentre qué condiciones deben cumplir d, ε_1, ε_2 y ε_3 para que no haya onda reflejada en el medio 1.

(e) Dadas las condiciones del ítem anterior, encuentre el promedio temporal de los vectores de Poynting en los medios 1 y 3. ¿Puede anticipar el resultado?

3. Una onda electromagnética plana polarizada a 45° respecto del plano de incidencia es totalmente reflejada en un prisma al cual entra y sale normalmente a las respectivas caras. Demostrar que la intensidad del rayo emergente es $16n^2/(1+n)^4$ veces la intensidad incidente, donde n es el índice de refracción del material del prisma. Demostrar que el rayo emergente está elípticamente polarizado, con un desfasaje entre las componentes linealmente polarizadas dado por

$$\tan\frac{\phi}{2} = \frac{\cos\theta}{\sin^2\theta}\sqrt{\sin^2\theta - n^{-2}}, \tag{1}$$

donde θ es el ángulo de incidencia en la cara posterior del prisma. No considerar reflexiones múltiples.

4. (a) Hallar la presión de radiación producida por una onda plana que incide normalmente sobre una superficie conductora. Tomar el límite para el caso de conductividad infinita, y verificar que en ese caso la presión de radiación es igual a la densidad de energía electromagnética de la onda.

(b) Demostrar que la densidad de energía y la presión ejercida son también iguales en el caso que la onda incide normalmente sobre una superficie totalmente absorbente.

(c) ¿Qué radio debe tener una esfera hecha de un material con densidad 1 g cm^{-3} que absorbe toda la luz que le llega, para que la presión de radiación de la luz solar compense la atracción gravitatoria del Sol? Aproximar la potencia de la radiación luminosa solar por $P = 4 \times 10^{26}$ W.

(d) Extender el cálculo de la presión de radiación sobre un conductor perfecto para incidencia oblicua, estudiando los casos de polarización lineal (no necesariamente TE o TM), circular y elíptica.

5. Una onda plana linealmente polarizada con polarización TM y amplitud E_0 incide desde el vacío sobre un medio de constante dieléctrica $\epsilon = \epsilon_r + i\epsilon_i$ de espesor d con incidencia normal.

(a) Calcule el módulo de $\mathbf{E}$ de la onda reflejada y su desfasaje respecto de la incidente.

(b) Calcule el flujo del vector de Poynting (en promedio temporal) de la onda transmitida.

(c) Relacione este resultado con áquel que obtendría si el medio estuviese caracterizado por σ finita y ϵ real.

(Notar que pueden usarse los resultados del problema 2.)

6. Cuando rayos X inciden sobre la superficie de un metal con un ángulo mayor que un cierto ángulo crítico θ_0 sufren reflexión total. Calcular θ_0 como función de la frecuencia de los rayos X para el caso de polarización en la dirección perpendicular al plano de incidencia (modo TE). Calcular la constante dieléctrica del metal aproximando a los electrones en su interior como libres, con una densidad $n \approx 10^{11}$ cm^{-3}, y despreciando el efecto de los átomos, por ser éstos mucho más pesados.

7. (a) Deducir la expresión para la longitud de atenuación de una onda electromagnética plana que se propaga en un medio conductor, en los casos límites de buen y mal conductor. Calcule la longitud de atenuación en cobre para una frecuencia de 60 Hz ($\sigma \approx 5 \times 10^{17}$ s^{-1}), y para ondas de radio de 100 kHz en agua de mar ($\sigma \approx 5 \times 10^{10}$ s^{-1}).

   (b) Demostrar que para un buen conductor coeficiente de reflexión es aproximadamente $r \approx 1 - 2\delta\omega/c$ donde δ es la longitud de atenuación.

8. *Rotación de Faraday*: Un "plasma tenue" consiste en n cargas eléctricas libres por unidad de volumen, de masa m y carga e. Si se hacen incidir ondas electromagnéticas planas en el plasma, suponiendo que la densidad es uniforme y que las interacciones entre las cargas pueden despreciarse:

   (a) Encontrar la conductividad σ en función de ω.

   (b) Hallar la relación de dispersión (es decir, la relación entre k y ω.

   (c) Calcular el índice de refracción en función de ω. Qué sucede si $\omega < \omega_p$, donde ω_p es la frecuencia de plasma, definida por $\omega_p \equiv \frac{4\pi n e^2}{m}$.

   (d) Supongamos ahora el mismo escenario en presencia de un campo magnético externo $\mathbf{B}_{ext}$. Considerando ondas planas que se propagan en dirección paralela a $\mathbf{B}_{ext}$, mostrar que el índice de refracción es diferente para ondas polarizadas circularmente en dirección izquierda y derecha (asumir que el campo magnético de la onda plana es despreciable frente a $\mathbf{B}_{ext}$).

   (e) Concluir del punto anterior que el plano de polarización de una onda plana linealmente polarizada, propagándose en dirección paralela al campo magnético externo, rota en un ángulo proporcional a la distancia que viaja la onda. Calcular la constante de proporcionalidad.

   (f) La rotación de Faraday que sufre la radiación de objetos extragalácticos en el rango de ondas de radio aporta evidencia de la existencia de un campo magnético en la Vía Láctea de aproximadamente 3 μGauss, uniforme sobre distancias del orden de 1 kpc (1 pc = 3,26 años luz). Utilizar la fórmula deducida en el punto anterior para verificar que la rotación del plano de polarización en un campo de esa intensidad y extensión es de aproximadamente 15° para longitudes de onda de 1 cm (suponer una densidad de electrones libres de 3×10^{-2} cm^{-3}).

9. Sobre una superficie vidrio-vacío incide desde el vidrio (índice n real) una onda plana linealmente polarizada con polarización TM, con un ángulo mayor que el ángulo límite.

   (a) Mostrar que en la zona de vacío no hay flujo de vector de Poynting en la dirección normal a la superficie.

   (b) Si la onda en la situación anterior incidiera además con el ángulo de Brewster, no habría tampoco onda reflejada: ¿es esto posible?

Preguntas Molestas

1. ¿En qué situaciones son válidas las relaciones de Fresnel entre las amplitudes incidente, reflejada y transmitida?

2. Desde el punto de vista cuántico, la presión de radiación se calcula teniendo en cuenta el impulso lineal transportado por los fotones. ¿Qué sugieren los resultados de los problemas sobre la relación entre la energía y el impulso de un fotón?

3. Las ondas electromagnéticas que se propagan en un medio de índice de refracción inhomogéneo, ¿son necesariamente transversales?

4. ¿Por qué la velocidad de transporte de la energía no puede ser dado por la velocidad de fase?