Guía 1

Electrostática

1. Calcule el cociente q/m entre la carga y la masa de dos partículas idénticas cuya fuerza de repulsión electrostática tiene la misma magnitud que la fuerza de atracción gravitatoria. Compare el valor hallado con el cociente e/m_e para el electrón.

   Datos: $G = 6,7{\times}10^{-11}\,\mathrm{Nm^2/kg^2}$; $k = 9{\times}10^{9}\,\mathrm{Nm^2/C^2}$; $m_e = 9,11{\times}10^{-31}\,\mathrm{kg}$; $e = 1,6{\times}10^{-19}\,\mathrm{C}$.

2. Calcule la fuerza gravitatoria entre dos esferas de 1 cm de radio de cobre separadas por una distancia de 1 m. Si se retirara a cada esfera un electrón por átomo, ¿cuál sería la fuerza de repulsión electrostática entre ambas?

   Datos: $\delta_{\mathsf{Cu}} = 9\ \mathrm{g/cm^3}$; $N_A = 6{\times}10^{23}$; $M_{\mathsf{Cu}} = 63,5\,\mathrm{u}$.

3. Halle la fuerza neta sobre una partícula de carga q ubicada en el centro de un cuadrado de lado L, cuando se han colocado partículas de cargas $q, 2q, 4q$ y $2q$ en los cuatro vértices (en ese orden).

   Sugerencia: Utilice la simetría de la configuración de cargas, para simplificar el cálculo.

4. En dos vértices contiguos de un cuadrado de lado L se hallan dos partículas de carga q. En los dos vértices restantes se colocan dos partículas de carga $-q$.

   a) Determine, empleando razonamientos de simetría, cuál es la dirección y el sentido del campo sobre los ejes perpendiculares a los lados del cuadrado, por el punto medio de los mismos.

   b) Calcule el campo eléctrico sobre dichos ejes.

5. Un hilo muy fino de longitud L está cargado uniformemente con una carga total Q. Calcule el campo eléctrico a una distancia r del centro del hilo en dirección perpendicular al mismo.

6. Una corona circular de radios interno a y externo b tiene una densidad de carga uniforme σ.

   a) Halle el campo eléctrico en su eje.

   b) Deduzca del resultado anterior el campo eléctrico en el eje de un disco de radio b y luego el campo eléctrico de un plano infinito, ambos cargados uniformemente.

   En cada caso estudie la continuidad del campo y obtenga el valor del "salto" en la discontinuidad.

7. Calcule el flujo de campo eléctrico sobre cada una de las caras de un cubo.

   a) Cuando se coloca una partícula de carga q en el centro del cubo.

   b) Cuando la partícula está en uno de los vértices del cubo.

   Sugerencia: Utilice el teorema de Gauss.

8. Para cada una de las siguientes configuraciones de cargas:

   a) Un hilo infinito con densidad lineal uniforme λ.

   b) Un cilindro circular infinito de radio R, con densidad de volúmen uniforme ρ.

c) Un plano infinito con densidad superficial uniforme σ.

d) Una esfera de radio R con densidad de volúmen uniforme ρ.

e) Una esfera de radio R con densidad de volúmen $\rho = Ar^n$ (A y $n > -3$ constantes).

- Identifique las simetrías del sistema y el sistema de coordenadas adaptado a ellas.
- Mediante estas simetrías halle la dirección del campo eléctrico y su dependencia de las coordenadas. Dibuje las líneas de campo y las superficies equipotenciales.
- Calcule el campo eléctrico y el potencial electrostático en todo el espacio. Grafique ambos en función de la posición.

9. Para el hilo cargado del Problema 5.

   a) Calcule el potencial electrostático en los puntos del plano perpendicular al hilo, que pasa por su centro.

   b) Verifique que el gradiente del potencial es $-\vec{E}$. ¿Qué ocurre cuando la longitud del hilo se hace infinita?

   Nota: El potencial sobre el plano medio no sirve para obtener la componente del campo eléctrico perpendicular a este plano. Sin embargo, por simetría, sabemos que esta componente es nula.

10. Una distribución superficial de carga σ puede considerarse como un caso límite de una carga distribuida dentro de un volumen tal que una de sus dimensiones puede considerarse despreciable.

    a) Considere entonces una lámina plana infinita de espesor D, cargada uniformemente con densidad ρ. Calcule y grafique el potencial electrostático y el campo eléctrico.

    b) Se comprime la lámina de tal forma que D tiende a cero, manteniendo constante la carga en cualquier región finita de la lámina. Escriba ρ como función de D. ¿Cómo definiría la densidad superficial de carga σ ? Encuentre y grafique el potencial electrostático y el campo eléctrico, cuando D tiende a cero.

11. En ciertas condiciones, el campo eléctrico de la atmósfera apunta hacia la superficie de la tierra. Sobre la superficie su valor es de 300 V/m, mientras que a 1400 m de altura es de 20 V/m.

    a) Calcule la carga total contenida en un volumen cilíndrico vertical, cuya base está sobre la superficie terrestre y su altura es de 1400 m. ¿Cuál es la carga media por unidad de volumen en esa región de la atmósfera? (Suponga que el problema es plano).

    b) En la atmósfera podemos encontrar iones negativos y positivos. Suponiendo que el valor absoluto de la carga de cada ión es $e = 1,6\times10^{-19}$ C, escriba la densidad de carga como función de n_- y n_+ (número de iones negativos y positivos por unidad de volumen). ¿Cuál es la diferencia entre el número de iones positivos y negativos en $1\,\mathrm{cm}^3$?

12. Utilizando un razonamiento similar al del segundo punto del Problema 10, obtenga el campo eléctrico sobre el eje de un anillo de radio R, cargado uniformemente con densidad λ, partiendo del resultado para la corona circular (Prob.6). Calcule la fuerza que el anillo ejerce sobre un hilo rectilíneo semi-infinito, cargado uniformemente con densidad Λ, que comienza en el centro del anillo y coincide con su eje.

13. Una esfera de radio R, cargada uniformemente con densidad de volúmen ρ, posee una cavidad esférica de radio r en su interior. El centro de la cavidad está a una distancia $d < (R - r)$ del centro de la esfera.

    a) Obtenga el valor del campo eléctrico sobre el eje de simetría de la configuración.

    b) Verifique que en el centro de la cavidad el valor del campo es el mismo que habría en ese punto sin cavidad.

14. Estudie el comportamiento del campo eléctrico a distancias muy grandes (determine en cada caso qué significa esta condición) para las siguientes configuraciones de cargas:

    a) Tres partículas, una cada vértice de un triángulo equilátero de lado a, con cargas q, q y $-3q$.

    b) Idem (a), reemplazando la carga $-3q$ por $-2q$.

    c) Tres partículas alineadas: en el centro una de carga $-2q$ y a cada lado, separadas una distancia a, dos cargas iguales de valor q.

    d) Las distribuciones de los Problemas 5 y 6,

    Grafique las líneas de campo y las superficies equipotenciales.

15. Dos discos paralelos y coaxiales, ambos de radio R, separados por una distancia d, están cargados uniformemente con densidades σ y $-\sigma$.

    a) Dibuje cualitativamente las líneas de campo en todo el espacio.

    b) Calcule y grafique el potencial electrostático y el campo eléctrico sobre el eje de los discos. Calcule el momento dipolar de la distribución.

    c) Podemos construir una distribución superficial de momento dipolar, haciendo tender d a cero y σ a infinito, de tal forma que $\sigma d = P_s$. Repita el punto anterior para este caso límite.

16. Un anillo de radio R está cargado uniformemente con una carga total $-q$. En el centro del anillo se coloca una partícula de carga q.

    a) ¿Cuánto valen los momentos monopolar y dipolar? ¿Depende el momento dipolar del origen de coordenadas?

    b) Calcule el potencial y el campo eléctrico sobre el eje del anillo, y estudie el comportamiento a distancias grandes.

17. Calcule el potencial en el centro de un disco de radio R, cargado uniformemente con densidad σ (Respuesta: $2\pi k\sigma R$). Sabiendo esto queremos determinar de manera aproximada el potencial en el centro de un cuadrado de lado L. Sugiera distintas aproximaciones y compare con el valor exacto, que es $4k\sigma L \ln(1 + \sqrt{2})$.

18. Una varilla con una carga $q > 0$, distribuida uniformemente, se curva hasta formar una circunferencia casi completa de 50 cm de radio. La separación de los extremos es de 2 cm (medidos sobre el arco). Utilizando la simetría y el principio de superposición, determine la dirección y sentido del campo eléctrico en el centro de la circunferencia, y estime (sin calcular ninguna integral) su valor. La estimación resulta ¿mayor o menor que el valor real?

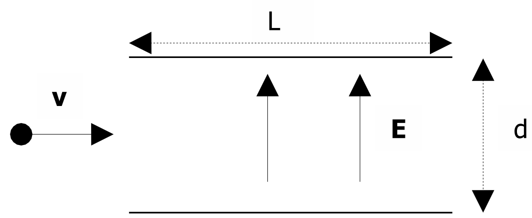
19. Calcule el trabajo total para traer una carga Q en cantidades infinitesimales y cuasiestáticamente, desde un punto muy alejado hasta una esfera de radio R, originalmente descargada. Suponer que la distribución de carga es uniforme en todo momento.

    a) Si la esfera es cargada en superficie.

    b) Si se carga en volumen en las dos siguientes formas
    1) Se carga a radio constante R; ρ crece desde cero hasta ρ_{final}.
    2) Se colocan capas sucesivas de densidad ρ_{final}; el radio crece desde cero hasta R. El resultado debe ser el mismo que en 1).

    c) Compare con la energía potencial almacenada en el campo eléctrico.

20. Se envia un electrón con una velocidad v a una zona con campo eléctrico uniforme (ver figura).



    a) Calcule el módulo y dirección de su aceleración. Compare con la aceleración de la gravedad.

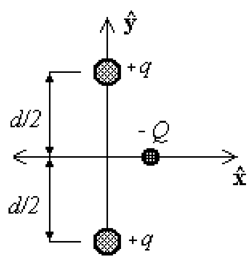
    b) ¿Cuánto tiempo permanecerá en el campo?

    c) ¿En qué distancia habrá sido desviado verticalmente cuando abandone el campo?

    d) Halle el ángulo entre las velocidades de entrada y salida.

    Datos: $v = 2{\times}10^7\,\mathrm{m/s}$, $E = 10^3\,\mathrm{N/C}$, $L = 0,2\,\mathrm{m}$, $d = 0,04\,\mathrm{m}$.

21. Dos partículas idénticas con carga $+q > 0$ están fijas en el espacio y separadas por una distancia d. Una tercera partícula de carga $-Q < 0$ puede moverse libremente.



    a) Muestre que su movimiento a lo largo de la recta equidistante a las otras dos partículas es armónico simple si el apartamiento del punto de equilibrio es pequeño en relación con d. Calcule el período de oscilación.

    b) Analice la estabilidad del punto de equilibrio. Interprete el resultado en términos del teorema de Earnshaw.