Guía 4

Magnetostática

1. Una partícula de masa m y carga q se mueve con velocidad $\vec{v}$ perpendicular a un campo magnético uniforme $\vec{B}$.

   a) Muestre que la partícula describe una órbita circular. Calcule su radio. ¿Varía el módulo de la velocidad? ¿Por qué?

   b) Calcule la frecuencia del movimiento circular. Estime el tiempo que tarda en recorrer una órbita un grano de polvo interestelar de masa $m = 10^{-13}\,\mathrm{g}$ y carga $q = 10^{-18}\,\mathrm{C}$, que se mueve en el campo magnético de la galaxia $B = 10^{-10}\,\mathrm{T}$.

   c) ¿Qué sucede si la velocidad es paralela al campo magnético? ¿Y si tiene una componente paralela al campo y otra perpendicular?

   Nota: Suponga $v \ll c$, donde c es la velocidad de la luz.

2. Una partícula de masa m y carga q entra en una región donde existen campos magnético $\vec{B}$ y eléctrico $\vec{E}$ uniformes y perpendiculares entre sí.

   a) Muestre que si los campos eléctrico y magnético son diferentes de cero existe una única velocidad inicial $\vec{v}_d$, perpendicular a ambos campos, para la cual la trayectoria de la partícula es una línea recta (este es el principio de funcionamiento de un filtro de velocidades).

   b) Estudie la trayectoria de la partícula en función de la velocidad inicial y compare con los los casos en que $\vec{E} = 0$ ó $\vec{B} = 0$.

   Sugerencia: Escriba $\vec{v} = \vec{v}_d + \vec{v}_1$.

3. Un hilo recto infinito, cargado uniformemente con densidad de carga lineal λ, y una partícula de carga q se mueven ambos con velocidad v paralela al hilo.

   a) ¿Cuánto debe valer v para que la interacción electrostática sea de la misma magnitud que la interacción magnética?

   b) ¿Cuál es la relación entre las fuerzas magnética y eléctrica si v es $1/100$ de la velocidad hallada en la pregunta anterior?

   Nota: el campo eléctrico del hilo es estático porque la distribución de cargas que lo genera es independiente del tiempo, a pesar del movimiento del hilo.

   Dato: $(\mu_0\varepsilon_0)^{-1} = 8,99 \times 10^{16}\ \mathrm{m^2/s^2}$.

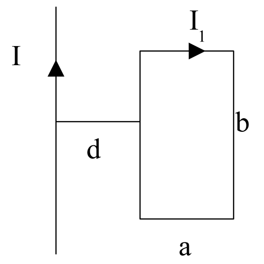
4. Considere un cable recto infinito por el cual circula una corriente $I = 1\,\mathrm{A}$.

   a) Calcule la fuerza que se ejerce sobre una partícula con carga $q = 1\,\mathrm{mC}$ que se desplaza paralela al cable, en el mismo sentido de la corriente, con velocidad $v = 10^3\,\mathrm{m/s}$. ¿Qué cambia si la partícula se desplaza en sentido contrario? ¿Qué fuerza se ejerce sobre el cable?

b) Calcule la fuerza por unidad de longitud que se ejerce sobre un segundo cable recto, infinito, paralelo al primero, separado 1 cm, por el que circula una corriente I. Considere los dos posibles sentidos relativos de circulación de la corriente por los cables.

c) Calcule la fuerza que se ejerce sobre el conductor rectangular de la figura por el cual circula una corriente $I_1 = 0,5\,\mathrm{A}$.

Datos: $a = d = 1\,\mathrm{cm}$, $b = 2\,\mathrm{cm}$.



5. Calcule la fuerza por unidad de longitud entre una cinta plana, infinita, de ancho b por la que circula una densidad superficial de corriente $\vec{g}$ uniforme, y un cable infinito, coplanar y paralelo, colocado a una distancia d del centro de la cinta, por el que circula una corriente I de igual sentido que $\vec{g}$.

6. Para las siguientes espiras planas, por las que circula una corriente I:

   a) Circular de radio R.

   b) Cuadrada de lado a.

   - Calcule el campo magnético sobre el eje. Expréselo en términos de su valor en el centro de la espira. Grafique en función de la distancia al centro.
   - Obtenga el comportamiento del campo magnético para distancias grandes. Expréselo en función del momento magnético dipolar. Compare los momentos de ambas espiras.

7. Un par de espiras circulares planas idénticas, de radio a, por las que circula una corriente I, se colocan sobre el eje común a una distancia b entre sus centros. Muestre que las tres primeras derivadas del campo magnético sobre el eje con respecto a la coordenada axial se anulan en el punto medio si $b = a$ (espiras de Helmholtz).

8. Una esfera de radio R, cargada superficialmente con densidad σ uniforme, gira sobre su eje con velocidad angular ω. Halle el campo magnético sobre el eje de rotación y el momento magnético.

9. Para cada una de las siguientes configuraciones de corriente:

   a) Un cable rectilíneo infinito por el que circula una corriente I.

   b) Un cilindro macizo infinito de radio R por el que circula una densidad de corriente de volumen axial $\vec{J}$ uniforme.

   c) Un cilindro macizo infinito de radio R por el que circula una densidad de corriente de volumen axial $\vec{J}$ de magnitud $J = Ar^n$, con A y $n > -2$ constantes.

   d) Un cilindro hueco infinito de radio R por el que circula una densidad de corriente de superficie axial $\vec{g}$ uniforme.

   e) Un solenoide infinito de radio R con un arrollamiento denso de n vueltas por unidad de longitud y corriente I.

   f) Un plano infinito con densidad superficial de corriente $\vec{g}$ uniforme.

   g) Una lámina infinita de caras plano–paralelas y espesor d, con densidad de corriente de volumen $\vec{J}$ uniforme.

h) Un toroide de radio interior a y radio exterior b, con un arrollamiento denso de N vueltas, por el que circula una corriente I.

- Identifique las simetrías del sistema y el sistema de coordenadas adaptado a ellas.
- Mediante estas simetrías halle la dirección del campo magnético y su dependencia de las coordenadas. Dibuje las líneas de campo.
- Calcule el campo magnético en todo el espacio usando la Ley de Ampère. Grafique en función de la posición.

Nota: Si el arrollamiento es suficientemente denso se puede despreciar la componente longitudinal de los elementos de corriente.

10. Calcule el campo magnético en todo el espacio para las siguientes configuraciones de corriente:

   a) Dos planos infinitos paralelos con densidades superficial de corriente $\vec{g_1}$ y $\vec{g_2}$ uniformes y paralelas. Considere en particular el caso $\vec{g_1} = -\vec{g_2}$.

   b) Dos conductores cilíndricos coaxiales. El conductor interior es macizo de radio a y el conductor exterior es hueco, de radio interno b y radio externo c. Por ellos circulan densidades de corriente de volumen axial uniformes $\vec{J_1}$ y $\vec{J_2}$ respectivamente. Considere en particular el caso que las corrientes son de igual magnitud y sentido opuesto.

11. Para las espiras del problema (6)

   a) Calcule el potencial magnético escalar sobre el eje y a partir de este obtenga el campo magnético sobre el eje. Analice el resultado en términos del ángulo sólido subtendido por la espira.

   b) Extienda cualitativamente el análisis a los puntos fuera del eje. Discuta la multivaluación del potencial magnético escalar.

   c) Calcule el potencial magnético escalar a distancias grandes de la espira. Interprete el resultado en términos del momento magnético.

12. Considere un solenoide de longitud L, radio R, con N vueltas devanadas densamente, por el que circula una corriente I.

   a) Calcule el campo magnético sobre el eje

   b) Estudie el comportamiento del campo magnético a grandes distancias y calcule el valor del momento magnético del solenoide.

   c) Obtenga el límite de solenoide infinito.

   d) Suponga que $L = 40\,\text{cm}$, $R = 5\,\text{cm}$ y la magnitud del campo en el centro es 3T (este es un campo muy intenso). Si este solenoide se encuentra en el subsuelo del pabellón I, ¿influirá en la medición del campo magnético terrestre que realizan los alumnos en el segundo piso?

   Sugerencia: Exprese la contribución de las espiras al campo magnético sobre el eje en términos del potencial escalar.

13. Para las configuraciones de corriente $(9a)$–$(9g)$ calcule el potencial magnético vectorial en todo el espacio, en el gauge de Coulomb ($\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$).

- Use las simetrías de la configuración de corriente para hallar la dirección del potencial magnético vectorial y su dependencia de las coordenadas.
- Elija convenientemente el gradiente arbitrario e integre por cuadraturas el campo magnético.

Nota: En general, si se elige el gauge de Coulomb, dada una distribución de corrientes, es posible calcular $\vec{A}$ resolviendo tres problemas electrostáticos equivalentes.

14. Calcule el potencial magnético vectorial en todo el espacio generado por estas configuraciones de corriente:

    a) Un segmento recto de cable por el que circula una corriente I.

    b) Un par de cables rectos, infinitos y paralelos, separados una distancia d, por los que circula una corriente I en sentido opuesto.

    c) Una espira por la que circula una corriente I, en este caso lejos de la espira. Exprese el resultado en términos del momento magnético de la espira.

15. Calcule la fuerza sobre una aguja pequeña magnetizada con momento magnético $\vec{m}$, colocada sobre el eje un solenoide finito. Exprese la fuerza en función de la distancia al centro del solenoide. Discuta el sentido de la fuerza en relación a los sentidos de $\vec{m}$ y $\vec{B}$.

16. Considere un cable horizontal por el que circula una corriente de 50 A. Estime hasta que distancia por encima del cable este afecta la indicación de una brújula si la intensidad del campo magnético terrestre en el lugar es de $0,5 \times 10^{-4}$ T y forma un ángulo de 30 grados con la vertical.