

Laboratorio de Física 1 (BG)

Guía 2: Análisis de relaciones no-lineales y Leyes de Escala

Verano 2011

1. Objetivo

Análisis de relaciones entre dos magnitudes medidas

2. Introducción

En esta guía estudiaremos cómo analizar y buscar cuál es la relación que se puede establecer entre dos magnitudes medidas. Principalmente cómo hacer para determinar cuál es la forma funcional de dicha relación.

Los casos de estudio que te proponemos son la Ley de Weber-Fechner y las leyes de escala alométricas.

2.1. Ley de Weber-Fechner

La Ley de Weber-Fechner establece una relación cuantitativa entre la magnitud de un estímulo físico y cómo este es percibido. Esta ley puede expresarse como

$$dp = kdS/S \quad (1)$$

donde dp corresponde al cambio percibido en el estímulo y dS corresponde al cambio de magnitud en el estímulo. Integrando esta ecuación obtenemos:

$$p = k \ln(S) + A_0,$$

donde A_0 es una constante de integración.

2.2. Leyes de escala alométricas

Un ejemplo muy impresionante de leyes de escala en biología es el caso de leyes alométricas que se expresan de la forma

$$Y = Y_0 M^b \quad (2)$$

donde Y es la variable biológica, M es la masa, mientras que b e Y_0 son constantes que caracterizan la relación. Muchos fenómenos biológicos escalan como “cuartos”, por ejemplo, la tasa metabólica escala como $M^{3/4}$, el ritmo cardíaco y la tasa de metabolismo celular escala como $M^{-1/4}$, el tiempo de circulación de la sangre y crecimiento embrionario escala como $M^{1/4}$.

En este caso, las magnitudes que se miden son Y y M y la relación teórica (ley) que se conoce se llama *ley de escala*. Es posible entonces, contrastar los datos medidos con esta teoría y verificar si los datos son consistentes con ella. Si es así, es posible, a partir de los datos, estimar parámetros que se desconocen, en este caso: b e Y_0 .

Existe un modelo elaborado por West, Brown y Enquist (modelo de WBE) que propone que, tanto en plantas como en animales, la evolución por selección natural ha resultado en optimizar las redes vasculares de forma fractal.

3. Actividades

3.1. Ley de Weber - Fechner

La pregunta que se pretende contestar con estos experimentos es cómo los seres humanos percibimos nuestro entorno, y se propone revisar el caso del Peso: ¿Cómo depende del estímulo presentado? ¿Y cómo lo hace del rango de estímulos presentados?

Diseño experimental propuesto: Se entrega una serie de recipientes cerrados con distintos pesos, que un estudiante levantará y comparará entre ellos. Luego de varias comparaciones los ubicará en una escala relativa de acuerdo a su percepción. Luego comparará la escala de su percepción (PP) con el peso real (PR) del recipiente.

Es importante que los distintos pesos sean presentados al azar y, en general, se buscará medir en un rango grande de valores, muestreando varios órdenes de magnitud.

Análisis: ¿Cómo depende PP de PR ? Para ello se puede graficar PP vs. PR y probar distintos ajustes o $f(PP)$ vs. $g(PR)$ e intentar lograr un buen ajuste lineal (donde f y g pueden ser senos, cosenos, exponenciales, logaritmos, etc). ¿Qué concluyen de estos gráficos?

3.2. Leyes de escala alométricas

Lo que proponemos básicamente en esta práctica es juntar hojas de árboles, plantas etc. y medir. Tenés que coleccionar por lo menos 10 hojas frescas (pueden ser de la misma especie o de especies diferentes). Lo importante es que abarquen un rango amplio de tamaños (por ejemplo, hoja de orégano y hoja de gomero).

Para cada hoja medí la masa y el largo, el ancho o el área. Podés agregar además otras variables como el número de nervaduras o las que te parezcan relevantes. La idea es graficar una magnitud medida en función de la otra. Por ejemplo: longitud en función de la masa.

- ¿Qué forma tienen los datos? (por ejemplo: recta, cuadrática, cúbica, raíz cuadrada, etc). ¿Podrías hacer un ajuste lineal?
- ¿Qué pasa si aplicas logaritmo a las variables? ¿Qué forma adoptan en esta representación? Discutir la información que podría obtenerse de un ajuste lineal.

Algunas preguntas que te pueden orientar a lo largo de la práctica:

- ¿Cómo se puede medir el área de una hoja? ¿Qué incerteza le adjudicás a dicha medición?
- ¿Qué otros modos de cuantificar el “tamaño” se te ocurren?
- ¿Si la masa de una hoja crece al doble, entonces el largo/ancho/área de la hoja crece al doble también?

Información adicional:

En el caso de plantas, el modelo de WBE permite realizar ciertas predicciones:

$$L = L_0 M^{1/4} \quad (3)$$

$$r = r_0 M^{3/8} \quad (4)$$

siendo L el largo de la planta, r el radio y M la masa. Respecto de la geometría de la planta, también hay predicciones interesantes:

$$A = A_0 r^2 \quad (5)$$

$$N = N_0 r^{-2} \tag{6}$$

siendo A el área de la hoja, N el número de ramas, y r el radio.