Laboratorio de Física 1 (ByG)

Guía 4: Viscosidad, empuje y movimiento oscilatorio amortiguado

Verano de 2011

Objetivos

Experiencia 1: Viscosidad y Empuje

En esta experiencia de laboratorio vamos a estudiar el movimiento de caída de una esfera en el seno de un fluido, analizando en particular el comportamiento de la fuerza viscosa.

Experiencia 2: Oscilaciones amortiguadas

Se propone estudiar las propiedades del movimiento oscilatorio amortiguado. Para ello, se utiliza un sistema compuesto por un objeto de masa m sujeto a un resorte e inmerso en un fluido viscoso. En particular, se analiza el efecto producido por la presencia del fluido en la amplitud y frecuencia del movimiento resultante.

Experiencia 1: Viscosidad y empuje

1. Introducción

Nos proponemos experimentar y entender qué diferencia hay entre el movimiento de una esfera cayendo en un fluido (líquido) y una esfera en caída libre en el aire o en vacío. **Discutan** hipótesis y suposiciones sobre estas dos situaciones, antes de continuar.

En un fluido viscoso la velocidad de una esfera tiende a un valor constante (a diferencia de caída libre, donde la velocidad es proporcional al tiempo). Cuál les parece que es la razón microscópica, para este comportamiento?

¿Cómo podemos comprobar que este modelo describe el movimiento de la esfera?

Una forma de entender este movimiento es suponer que hay una fuerza opuesta al movimiento que depende de la velocidad del objeto: la famosa fuerza viscosa. Si alguna vez te subiste a una bicicleta, habrás notado que, andando a velocidad constante, cuesta mucho más trabajo andar rápido que andar lento. Además un objeto más grande sufre una fuerza mayor, o sea que la fuerza viscosa depende también del tamaño del objeto. Pero... cómo depende de la forma del objeto? Si el tamaño del objeto se duplica, la fuerza viscosa también? El "tamaño" del objeto es el radio R, el perímetro ($2R$), el área ($4R^2$), el volumen ($\frac{4}{3}\pi R^3$), o qué?

Si analizamos las fuerzas ejercidas sobre la esfera, obtendremos el diagrama de cuerpo libre que se muestra en la figura 1. Utilizando la *primera ley de Newton*, tenemos:

$$m\mathbf{g} - \mathbf{E} - \mathbf{F}_v = m\mathbf{a} \tag{1}$$

donde $m\mathbf{g}$ es el peso, E es el empuje, $\mathbf{F}_v$ es la fuerza viscosa y $\mathbf{a}$ es la aceleración.

Que la esfera se desplace a velocidad constante, indica que la aceleración es cero debido a que las fuerzas se compensan:

Veamos cada una de estas fuerzas, considerando el caso de una esfera:

$$m\mathbf{g} - \mathbf{E} - \mathbf{F}_v = 0 \Rightarrow \mathbf{F}_v = m\mathbf{g} - \mathbf{E} \tag{2}$$

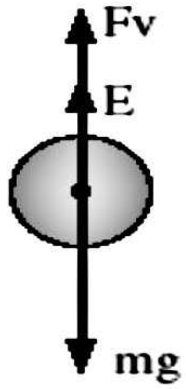

Figura 1: Diagrama de cuerpo libre de una esfera en el seno de un fluido viscoso.

Considerando que el objeto en movimiento es una esfera, tenemos para cada una de las fuerzas involucradas:

Peso: sólo reescribiremos la masa $m = \rho_e \cdot V_e$, donde V_e es el volumen e la esfera. De esta manera la expresión para el peso resulta:

$$P = mg = \rho_e \left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) g$$

Empuje: según el principio de Arquímedes, el empuje es $E = \rho_l \left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) g$, donde ρ_l es la densidad del líquido.

Fuerza viscosa: en un flujo laminar, la fuerza de rozamiento sobre el objeto en movimiento es proporcional a su velocidad. Según la *Ley de Stokes,* para una esfera vale:

$$F_v = 6\pi\eta v f(R),$$

donde η es la viscosidad del fluido y $f(R)$ es una función del radio de la esfera R.

Escribiendo estas expresiones en la ecuación 2, resulta:

$$\begin{aligned} 6\pi\eta v_{lim} f(R) &= \rho_e \left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) g - \rho_l \left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) g \\ \eta v_{lim} f(R) &= \frac{2}{9} g(\rho_e - \rho_l) R^3 \\ v_{lim} &= \frac{2}{9} g \frac{(\rho_e - \rho_l)}{\eta} \frac{R^3}{f(R)} \end{aligned}$$

De esta manera, obtenemos una expresión para la velocidad límite v_{lim}.

2. Actividades

2.1. Velocidad límite

En el laboratorio contamos con probetas que podemos llenar con aceite y esferas de acero. Soltamos las bolitas de a una con cuidado y estudiamos si el movimiento alcanza una v_{lim}.

Empleando esferas que alcancen v_{lim}, del mismo material y con radios distintos, vamos a poder encontrar cuál es la relación entre las velocidades y, por lo tanto, deducir cuál es la forma funcional de la fuerza viscosa con el radio de la esfera, es decir $f(R)$. Así podemos también estimar η.

2.2. Balanza de Mohr

Este es un dispositivo que sirve para medir densidades de líquidos utilizando el empuje hidrostático. Si sumergimos el mismo cuerpo en dos líquidos distintos, el empuje en cada líquido será $E_1 = \rho_1 V g$ para el líquido 1 y $E_2 = \rho_2 V g$ para el líquido 2. Por lo tanto:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \tag{3}$$

De esta manera, si utilizamos agua destilada como líquido 1, podremos obtener la densidad del líquido 2. Ver más detalles en el apéndice y figura 3.

Algunas preguntas (para antes, durante y después de las mediciones):

- ¿Cómo harías para determinar la densidad de las esferas ρ_e?
- ¿Cómo se hace para determinar en este experimento? ¿Se te ocurre otra manera?
- Analicemos el modelo propuesto para la fuerza viscosa:

$$F_v = -6\pi\eta v f(R)$$

Con las mediciones realizadas:

- ¿Podemos afirmar que este modelo describe el movimiento de la esfera?
- ¿Podría ir un v^2 en vez de simplemente v? ¿Podría poner alguna otra potencia par de v?

Experiencia 2: Oscilaciones amortiguadas

Un péndulo, un cuerpo moviéndose sujeto a un resorte, los átomos vibrando en una molécula, los electrones de una antena radiante o receptora, son sólo algunos pocos ejemplos de cuerpos que se mueven en forma oscilatoria, es decir, sistemas físicos en los cuales el movimiento ocurre en forma periódica con respecto a la posición de equilibrio. El modelo más sencillo, para describir un movimiento oscilatorio, corresponde a un cuerpo de masa m sobre el cual actúa una fuerza proporcional al desplazamiento, esto es

$$\vec{F} = -k\vec{x},$$

donde k se denomina constante elástica o constante del resorte. El objeto realiza un *movimiento armónico simple* oscilando indefinidamente y en tales circunstancias la ecuación diferencial que describe el movimiento es

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0; \; \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{4}$$

Aquí ω_0 es la frecuencia de oscilación del movimiento. La solución más general de la ecuación 4 es:

$$x(t) = A\sin(\omega_0 t + \alpha)$$

Esta expresión tiene dos constantes arbitrarias a determinar: la amplitud A, que permanece constante durante el movimiento, y la fase inicial α. Sin embargo, experimentalmente sabemos que la amplitud de un cuerpo oscilante decrece gradualmente con el tiempo hasta que éste se detiene, es decir, el movimiento oscilatorio está amortiguado. Desde el punto de vista dinámico, el amortiguamiento es la respuesta a la acción de una fuerza de fricción actuando sobre el cuerpo. En particular, cuando un cuerpo se mueve a velocidad relativamente baja a través de un fluido, la fuerza de fricción puede obtenerse aproximadamente suponiendo que es proporcional a la velocidad, y opuesta a ella:

$$\vec{F} = -b\dot{\vec{x}}$$

Aquí b es una constante que da cuenta del grado de viscosidad del fluido. En estas nuevas condiciones, la ecuación de movimiento del sistema es:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0;\ siendo\, 2\gamma = \frac{b}{m} \tag{5}$$

Para el caso de amortiguamiento pequeño, cuando $\gamma < \omega_0$, la solución de la ec. 5 está dada por la siguiente expresión:

$$x(t) = Ae^{-\gamma t} \sin(\omega t + \alpha)\,, \tag{6}$$

donde A y αson constantes arbitrarias determinadas por las condiciones iniciales y la frecuencia del movimiento es:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$$

De acuerdo a la ec 6, el carácter oscilatorio del movimiento se mantiene pero la amplitud del movimiento ya no es constante y está dada por $Ae^{-\gamma t}$. El exponente negativos indica que el efecto de amortiguamiento es disminuir la amplitud de las oscilaciones. Notar también que la frecuencia de oscilación es distinta a la "natural" del resorte sin amortiguamiento pero no cambia en el tiempo.

1. Actividades

La Figura 2 muestra el arreglo experimental que será utilizado para analizar las propiedades del movimiento oscilatorio amortiguado. Se trata de una esfera de masa m y una varilla que la une a un resorte. El dispositivo realiza un movimiento oscilatorio sumergido parcialmente en un líquido viscoso que proporciona el rozamiento, de modo tal que la masa que cuelga quede totalmente sumergida en el mismo, pero no así el resorte. Un modo simple de hacer un monitoreo en tiempo real de la oscilación consiste en utilizar un sensor de fuerza conectado a un canal analógico digital del sistema de adquisición de datos *MPLI*. Este procedimiento mostrará una curva de fuerza vs. tiempo.

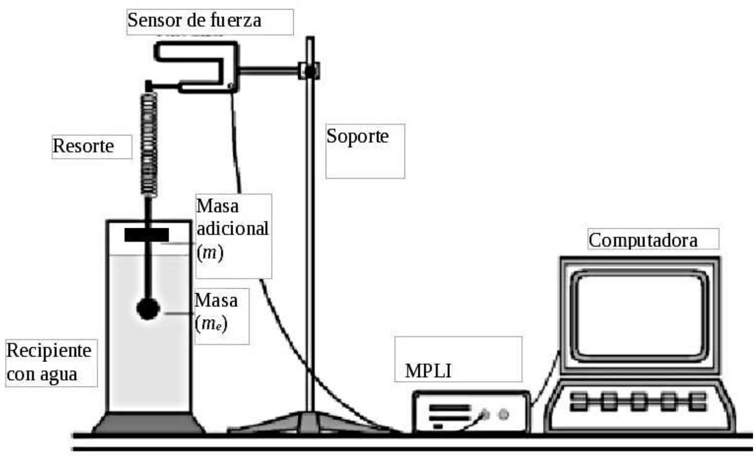

Figura 2: Dispositivo experimental utilizado para analizar el movimiento armónico amortiguado de un cuerpo de masa m en un fluido viscoso.

A partir de los datos medidos es posible determinar cómo la viscosidad del fluido afecta la amplitud y la frecuencia (o el período) del movimiento, y comparar este caso con el movimiento armónico simple que tiene lugar cuando el dispositivo oscila completamente fuera del recipiente (asumiendo que el rozamiento con el aire es despreciable). Para realizar este análisis es necesario elaborar una estrategia que permita, por ejemplo, determinar el coeficiente de amortiguamiento γ. Comparar luego el resultado obtenido con el valor tabulado para el líquido empleado. Asimismo, a fin de caracterizar el movimiento amortiguado, será de gran utilidad buscar una respuesta a los siguientes planteos:

- ¿Es posible obtener el valor de γ a partir del decaimiento observado en la amplitud del movimiento?
- ¿Varía el período (o frecuencia) natural ω_0 debido a la fricción?
- ¿Cómo se puede determinar la frecuencia de oscilación ω?
- ¿Qué tipo de dependencia se observa en la frecuencia de oscilación y la constante de viscosidad γ con la masa del sistema?

1.1. Comentarios útiles

1. La masa total efectiva del sistema es $m = \frac{m_r}{3} + m_d + m_p$, donde m_r representa la masa del resorte, m_d es la masa del dispositivo que oscila dentro del agua y m_p corresponde a masas que eventualmente pueden ser añadidas al sistema. Las masas m_p sugeridas son 0, 50 y $100g$.

2. Las condiciones iniciales del movimiento deben garantizar que el movimiento dentro del líquido no se amortigüe en sólo uno o dos períodos. Al mismo tiempo, se debe poner especial atención para que el cambio de amplitud en cada oscilación no esté acompañado por una variación significativa en la porción de masa sumergida.

A. Uso de la balanza de mohr

Se trata de una balanza de brazos desiguales, que se utiliza para medir densidades de líquidos. El brazo corto termina en una masa compacta P (contrapeso, provista de una aguja que debe enfrentarse a otra fija al chasis, cuando la balanza está en equilibrio. Ver el esquema en la figura 3. Del extremo del brazo largo se cuelga un inmersor de vidrio, que tiene adentro un termómetro para medir la temperatura del liquido cuya densidad se determina. En este brazo hay marcadas nueve muescas numeradas de 1 a 9.

Cuando el inmersor esta colgado en aire, queda equilibrado por el contrapeso P. Al sumergir el inmersor en un líquido el empuje hidrostático desequilibra la balanza. Para restablecer el equilibrio se monta sobre el brazo graduado unas pesas con forma de horquillas (*jinetillos*), de forma de compensar el empuje hidrostático. Para ello se cuenta con jinetillos de tres tamaños, de manera tal que si al mayor se le asigna el valor 1, al intermedio le corresponde el valor 1/10 y al menor 1/100. Si, por ejemplo, el equilibrio se obtiene con un jinetillo 1 en la posición 8, un jinetillo 1/10 en la posición 5 y otro en la 2 y un jinetillo 1/100 en la posición 3, corresponderá a un empuje de 8,73. Es decir: se suman todos los valores de los jinetillos multiplicados por el número de la muesca que ocupan.

Procedimiento

1. Montar la balanza y colgar el inmersor (limpio y seco) del gancho que hay en el extremo del brazo largo. La balanza debe quedar equilibrada. Si no es así, verificar si la balanza está bien nivelada. Una vez comprobado esto y si la misma sigue desbalanceada accionar el contrapeso P (ver figura 3) hasta balancearla.

2. Llenar la probeta de agua destilada y colocar el inmersor dentro de ella de modo que quede totalmente sumergido, sin tocar el fondo, ni las paredes y cuidando que no tenga burbujas de aire adheridas

3. Restablecer el equilibrio colocando jinetillos, empezando por los mayores y ensayando en las diferentes posiciones. Proceder así hasta equilibrar la balanza y anotar el valor del empuje obtenido.

4. Anotar la temperatura del inmersor y consultar una tabla de densidades absolutas del agua pura a distintas temperaturas.

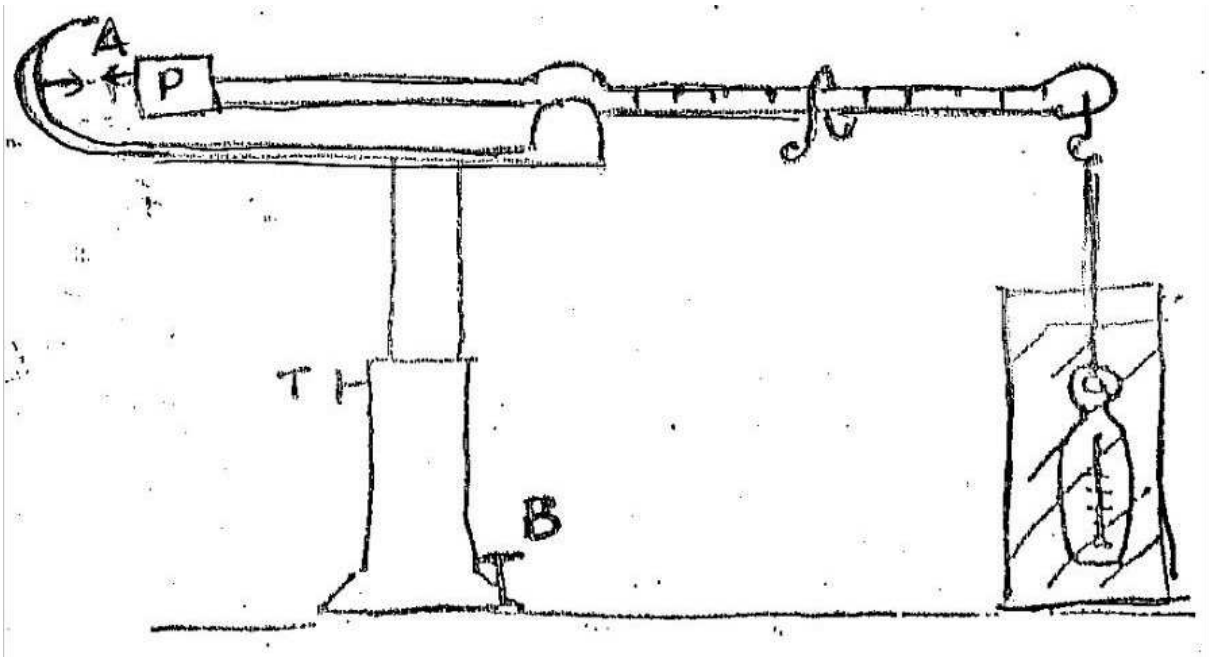

Figura 3: Esquema de la balanza de Mohr.

5. Descargar la balanza, secar el inmersor y colgarlo nuevamente.
6. Sumergir el inmersor en el líquido cuya densidad se quiere determinar y medir el empuje correspondiente (ídem paso 3)
7. Calcular por medio de la siguiente relación la densidad incógnita:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$$