# Física $5^{\text{to}}$

## Solución $6^{\text{to}}$ Examen: Electromagnetismo

## Introducción Teórica

Todo este examen se basa en una única ecuación, que es la expresión matemática de la ley de Faraday–Lenz:

$$V = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}\,, \tag{1}$$

donde $V$ es la fuerza electromotriz que se induce por la variación del flujo magnético $\Delta_B$ en el tiempo $\Delta t$.

**Puntos a Considerar:**

1. Notar que se trata del **cambio** del flujo, y **no sólo del aumento** del mismo. Es decir, si el flujo disminuye, **tambien cambia en el tiempo**, por lo tanto, tambien induce una fuerza electromotriz (en este caso, como se opone al cambio del flujo, produce un aumento del mismo).

2. El flujo
$$\Phi_B = \vec{B}\cdot\vec{A} = |B|\,|A|\,\cos(\phi) \tag{2}$$
donde cualquiera de estas magnitudes, o sea, tanto el módulo del campo $|B|$, como el área de la espira $|A|$, como el ángulo $\phi$ entre ambos vectores, puede variar en el tiempo.

3. Si el flujo varía en forma uniforme, linealmente en el tiempo, entonces para calcular la fuerza electromotriz media entre un tiempo inicial $t_i$ y un tiempo final $t_f$, simplemente se hace
$$V = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -\frac{\Phi_B(t_f)-\Phi_B(t_i)}{t_f - t_i} \tag{3}$$

4. La $V$ aludida es un **valor medio**. Esto es análogo a la velocidad. Supongamos que se realiza un viaje. Se puede tomar el punto inicial y el final del mismo, y calcular la distancia total $\Delta y$ recorrida. Si a esa distancia se la divide por el tiempo, se obtiene una velocidad media
$$\overline{v} = \frac{\Delta y}{\Delta t}\,. \tag{4}$$
Esa velocidad obtenida no es lo que midió el velocímetro durante el viaje (a menos que se haya realizado todo el viaje a velocidad constante). Durante el viaje, el objeto pudo haber estado detenido, pudo haber acelerado, pudo haber viajado en sentido contrario, etc.

**Paréntesis Matemático:**

Este tema nos permite reforzar algunos conceptos que se ven en Matemática. A veces, una aplicación concreta a un problema físico, ayuda a entender los mismos conceptos que se ven en otras formas, muchas veces mas abstractas.

1. Existe una forma de calcular la velocidad que marca el velocímetro en un instante determinado (la **velocidad instantánea**). Para hacer eso, se elige el tiempo específico en el cual se desea obtener esta velocidad, y se calcula la velocidad media varias veces, haciendo cada vez mas pequeño el intervalo temporal correspondiente. Es decir
$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta t}\,, \tag{5}$$
que no es otra cosa que escribir
$$v = \frac{dy}{dt} \tag{6}$$
o sea, la **derivada** de la distancia respecto al tiempo.

2. Si en lugar de querer calcular la fuerza electromotriz media (fem), queremos calcular la fem en un instante determinado, entonces debemos llevar el intervalo temporal al límite infinitesimal, y calcular la derivada de la función $\Phi_B(t)$. Como dijimos, la dependencia temporal del flujo puede venir tanto de la variación del campo magnético, como del área, como del ángulo entre ambos. En nuestro curso, sólo suponemos la variación de uno de estos factores a la vez (aunque probablemente ustedes conocen la derivada de un producto, y no debería traer mayores dificultades suponer que varios de estos factores varían al mismo tiempo).

3. Si una espira cambia su ángulo girando a velocidad angular constante
$$\phi(t) = \omega\, t \tag{7}$$
entonces
$$\begin{aligned} V &= -\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = -\lim_{\Delta t \to 0} \frac{|B||A|\cos(\omega t)}{\Delta t} = -\frac{d\Phi_B(t)}{dt} = \\ &= -\frac{d}{dt}|B||A|\cos(\omega t) = -|B||A|\frac{d}{dt}\cos(\omega t) = |B||A|\,\omega\,\sin(\omega t)\,, \end{aligned}$$
donde hemos usado que la derivada del coseno es
$$\frac{d}{dt}\cos(\omega t) = -\omega \sin(\omega t)\,. \tag{8}$$

## Parte A

1. Un generador consiste en una espira inserta en un campo magnético constante, que gira con velocidad angular constante. ¿Qué ocurre con la amplitud de la fuerza electromotriz inducida por este generador, cuando la velocidad angular de rotación se duplica?

   Respuesta correcta **(b)**:

   $V = |B||A|\,\omega\,\sin(\omega t)$. Si $\omega$ se multiplica por 2, entonces $V$ será el doble.

2. El circuito de la Figura 1 consiste en una barra conductora movible, y una lamparita conectada a los rieles conductores. Se aplica un campo magnético $\vec{B}$ perpendicular al plano del circuito. ¿Cuáles de estas acciones podrían producir el encendido de la lamparita?

   Respuestas correctas **(a),(b),(c) y (d)**:

   Cualquier acción que **cambie** el flujo, producirá una fem, y esta podría, eventualmente, encender la lamparita.

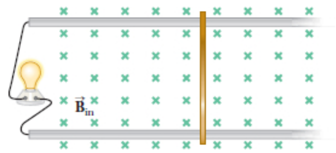


Figure 1: Prob. 2

3. La Figura 2 muestra un imán cayendo sobre el centro de una bobina horizontal. El polo sur del iman está orientado hacia el centro de la bobina. Si se observa a la bobina desde arriba, el sentido de la corriente inducida en ella es

   Respuesta correcta **(a)**:

   El campo del imán, en la región de la espira, se dirige hacia arriba. Cuando la espira se va acercando, este campo aumenta. Por lo tanto, por la espira se debe generar una corriente que se contraponga a este aumento, es decir, un campo hacia abajo. Eso se logra con una corriente en sentido horario. Cuando el imán va saliendo de la espira, tiene un campo magnético hacia arriba, pero que se va debilitando. Por ello, la espira debe generar un campo hacia arriba, de manera de disminuir el cambio. Por ello, mirado desde arriba, la corriente en la espira es antihoraria. Es decir, horario cuando entra, antihorario cuando sale. La única respuesta correcta es la primera.

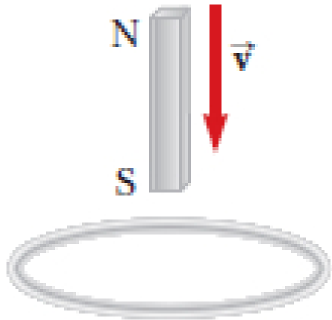



Figure 2: Prob. 3

4. Tres espiras se mueven cerca de un conductor muy largo, por el cual circula una corriente $I$, con las velocidades que se muestran la Figura 3. Dibujar las direcciones de las corrientes inducidas (si es que existen), en cada una de ellas.

   Respuesta:

   (a) En la espira A no cambia el flujo, por lo que $I = 0$.

   (b) En B, el flujo debido a la corriente es saliente de la hoja. A medida que la espira se aleja, este flujo disminuye, por lo tanto se debe generar una corriente que lo apuntale, o sea, que produzca un campo saliente de la hoja. Para ello, debe circular una corriente en sentido antihorario.

   (c) en C, el flujo es entrante. Cuando la espira se aleja, se debe generar un flujo entrante para que este no disminuya. La corriente entonces es horaria.

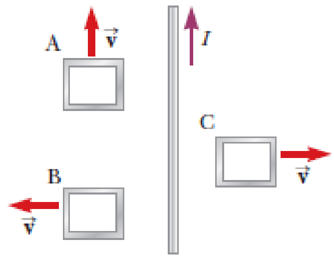



Figure 3: Prob. 4

5. Las especificaciones de un transformador para la carga de un teléfono celular enuncian:

   - Entrada: 220 V , 200 mA (máxima).
   - Salida: 5 V, 2 A.

   Determine un número de espiras en el primario y en el secundario, con los cuales se puedan cumplir estos requisitos.

   Respuesta:

   Cualquier combinación que tenga una relación entre las espiras de 220 a 5 es correcta.

# Parte B

1. Un generador contiene una bobina de 100 vueltas, que rota 10 veces por segundo, con velocidad angular constante. Cada una de las espiras tiene un área $A = 0.100$ m$^2$, y atraviesa un campo magnético uniforme $B = 0.050$ T. ¿Cuál es la máxima fuerza electromotriz inducida en la bobina?

   Respuesta correcta **(a)**:

   Si rota 10 veces por segundo $\omega = 2\pi\, 10$. La fem es:

   $$V = -N \frac{d}{dt} A\, B\, \cos(\omega t) = N\, A\, B\, \omega \sin(\omega t) \tag{9}$$

   El valor máximo es entonces:

   $$V_{max} = 100 \times 0.1\, m^2 \times 0.050\, T\ \times 2\pi\, 10 = 10\, \pi = 31.4\, \mathrm{V}\,. \tag{10}$$

2. Una bobina cuadrada, cuyo largo es 0.50 m, con $N = 10$ vueltas, se encuentra orientada en el plano $xy$. Se aplica campo magnético uniforme, orientado sobre el eje $\hat{z}$, que varía linealmente en el tiempo:

   $$\vec{B}(t) = B_z(t) = a + m\, t\,.$$

   Inicialmente, el campo vale $B_z = -1.0$ T (es decir, en la dirección $\hat{z}$, con sentido negativo). Este campo cambia continuamente, hasta alcanzar un valor $B_z = 3.0$ T (en la dirección $\hat{z}$, positivo), en un lapso de $t = 2.0$ segundos. La magnitud de la fuerza electromotriz inducida en la bobina es

   Respuesta correcta **(a)**:

   $$|V| = N\, A\, \frac{\Delta B}{\Delta t} = 10 \times (0.50\, m)^2 \times \frac{(3 - (-1))\, T}{2\, s} = 5\, \mathrm{V}\,. \tag{11}$$

## Parte C

1. (a) Variando la velocidad con la que se desplaza la barra conductora:

$$V = -B\frac{\Delta A}{\Delta t} = -B\,l\,\frac{dx}{dt}\,. \tag{12}$$

De aquí se obtiene que (trabajando sólo con valores absolutos)

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{V}{B\,l}\,. \tag{13}$$

Elijo $R = 50\,\Omega$, $B = 10^{-2}$ T, y $l = 20$ cm. (¿Por qué?, porque puedo elegir cualquier valor que quiera!). Para obtener una corriente de 2 mA, necesito que la fem sea

$$V = I \cdot R = 2 \times 10^{-3}\,\mathrm{A} \times 5 \times 10^{1}\,\Omega = 10^{-1} = 0.1\,\mathrm{V}\,. \tag{14}$$

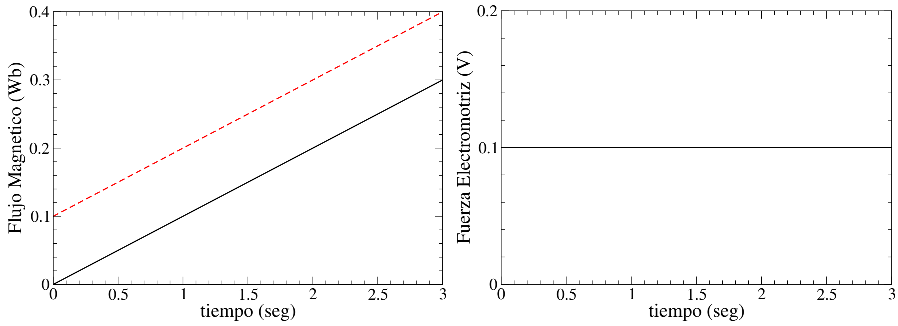
La velocidad entonces debe ser (según la ecuación (13))

$$v = \frac{10^{-1}\,V}{10^{-2}\,T \times 2 \times 10^{-1}\,m} = 50\,m/s\,.$$

La velocidad puede variar de cualquier manera, pero en algún momento debe tener el valor de 50 m/s. Lo más sencillo es hacer que esta velocidad sea constante, de ese modo el flujo será una recta cuya pendiente es

$$m = B\,l\,v = 10^{-2}\,T \times 2 \times 10^{-1}\,\mathrm{m} \times 50\,\mathrm{m/s} = 0.1\,\mathrm{Wb/s}\,. \tag{15}$$

El gráfico correspondiente a la fem para esta variación de flujo en el tiempo, es una recta con valor constante $V = 0.1$ V.




Nota: Muchos alumnos preguntaron si pueden comenzar con la barra ubicada en $x = 0$. La respuesta es sí, pero no es necesario. La recta punteada muestra que si se empieza de un $x$ cualquiera, el resultado es el mismo (tienen la misma pendiente).

(b) Variando el campo magnético continuamente:

En este caso, se fija el área constante, y nuevamente esto es arbitrario. Elegimos $A = (0.2\, m)^2 = (2 \times 10^{-1}\, m)^2 = 4 \times 10^{-2}\, m^2$.

$$V = -A\frac{\Delta B}{\Delta t} \rightarrow \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{V}{A} = \frac{10^{-1}\, V}{4 \times 10^{-2}\, m^2} = 2.5\ T/s\,. \tag{16}$$

Nuevamente, el ejercicio pide que en algún momento tenga esta corriente. Podemos hacer que el campo varíe con esta pendiente constante (una recta), y la fem correspondiente será una constante $V = 0.1$ V. Los gráficos en este caso serían completamente análogos al caso anterior.