Estructura de la Materia 4
Práctica 6: Modelo Electrodébil.

Segundo Cuatrimestre 2010

1. En la teoría de Fermi efectiva para el decaimiento beta el lagrangiano de interacción está dado por:

$$\mathcal{L} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left(\bar{p}\gamma^\mu (C_V + C_A\gamma^5) n \; \bar{e}\gamma_\mu (1-\gamma^5)\nu_e + h.c. \right)$$

donde C_V y C_A son constantes determinadas experimentalmente; y p, n, e y ν_e son los espinores que representan protones, neutrones, electrones y neutrinos de electrón respectivamente.

   a) Muestre que se pueden generar los decaimiento β^+ y β^-, y dibuje los diagramas de Feynman correspondientes.

   b) A primera vista parece que en este lagrangiano sólo el neutrino tiene quiralidad definida *left*. Muestre que, además, del campo del electrón sólo interviene la parte *left*.

2. En la teoría de Fermi se define la corriente débil leptónica $J^{(L)}_\alpha$ como

$$J^{(L)}_\alpha = \bar{\nu}_e\gamma_\alpha(1-\gamma^5)e + \bar{\nu}_\mu\gamma_\alpha(1-\gamma^5)\mu + \bar{\nu}_\tau\gamma_\alpha(1-\gamma^5)\tau$$

y la corriente débil hadrónica (sin Cabibbo) como:

$$J^{(H)}_\alpha = \bar{u}\gamma_\alpha(1-\gamma^5)d + \bar{c}\gamma_\alpha(1-\gamma^5)s + \bar{t}\gamma_\alpha(1-\gamma^5)b$$

A partir de ellas se construye el lagrangiano de interacción corriente-corriente dado por:

$$\mathcal{L} = (J^{(L)}_\alpha + J^{(H)}_\alpha)^\dagger (J^{(L)}_\alpha + J^{(H)}_\alpha)$$

   a) Muestre que $J^{\alpha}_{(e)}{}^\dagger = \bar{e}\gamma^\alpha(1-\gamma^5)\nu_e$

   b) Halle y dibuje los posibles vértices de interacción de esta teoría.

   c) Teniendo en cuenta este lagrangiano y también el lagrangiano de QED, dibuje los posibles canales de decaimiento del muón. O sea, si usted tiene un muón en reposo, ¿en qué partículas puede decaer y cómo? ¿Cómo detectaría experimentalmente que un muón decayó? ¿Cuál es un buen lugar para hallar muones?

3. Teniendo en cuenta el lagrangiano de Fermi dado en el problema anterior y el de QED, indique cuáles de los siguientes procesos son posibles y cuáles no. Justifique utilizando diagramas de Feynman y leyes de conservación.

$(a)\quad e^-e^+ \to \mu^-\bar{\nu}_\mu$	$(b)\quad e^-\nu_e \to \mu^-\bar{\nu}_\mu$	$(c)\quad e^- \to \mu^-\bar{\nu}_\mu\nu_e$
$(d)\quad \mu^- \to e^-\bar{\nu}_e\nu_\mu$	$(e)\quad e^-e^- \to e^-e^-$	$(f)\quad \mu^+e^- \to \mu^+e^-$
$(g)\quad \tau^+e^- \to \nu_\tau\nu_e$	$(h)\quad \tau^+e^- \to \nu_\mu\nu_e$	$(i)\quad \mu^+e^- \to \gamma$
$(j)\quad \gamma\gamma \to \nu_e\nu_e$	$(k)\quad e^-\bar{\nu}_e \to \mu^-\bar{\nu}_\mu$	$(l)\quad e^+e^- \to \gamma\gamma\gamma$
$(m)\quad u\bar{u} \to d\bar{d}$	$(n)\quad s\bar{d} \to c\bar{c}$	$(o)\quad \nu_e s \to e^-c$
$(p)\quad c \to de^+\nu_e$	$(q)\quad \gamma\gamma \to \nu_e\bar{\nu}_e$	$(r)\quad e^-u \to s\nu_e$

4. Si, para simplificar, se consideran sólo las dos primeras generaciones de fermiones, incluir el ángulo de Cabibbo $\theta_c = 13^\circ$ modifica la corriente débil hadrónica de la siguiente manera:

$$J_\alpha^{(H)} = \bar{u}\gamma_\alpha(1-\gamma^5)(d\cos\theta_c + s\sin\theta_c) + \bar{c}\gamma_\alpha(1-\gamma^5)(s\cos\theta_c - d\sin\theta_c)$$

A la luz de esta modificación de la teoría diga como cambian los resultados de los ítems (m) a (r) del problema anterior.

5. Considere los siguientes decaimientos. Diga cuáles pueden ocurrir al tomar la teoría de Fermi junto con QED. Justifique utilizando diagramas de Feynman y leyes de conservación.

$(a)\quad \Sigma^- \to \Lambda\pi^-$	$(b)\quad \pi^0 \to \gamma\gamma$	$(c)\quad K^- \to \pi^-\pi^0$
$(d)\quad \Sigma^- \to n\pi^-$	$(e)\quad \Sigma^+ \to p\gamma$	$(f)\quad D^0 \to K^-\pi^+\pi^+\pi^-$

6. Muestre que para un ángulo de Cabibbo $\theta_c = 13^\circ$ se predice la siguiente relación entre los decaimientos del D^0: $K^-\pi^+ : \pi^-\pi^+ : K^+\pi^- \simeq 360 : 19 : 1$

7. A partir de la sustitución de los campos vectoriales W_μ^3 y B_μ por los campos A_μ y Z_μ

$$A_\mu = \frac{1}{\sqrt{g_2^2+g_1^2}}\left(g_1\,W_\mu^3 + g_2\,B_\mu\right)$$
$$Z_\mu = \frac{1}{\sqrt{g_2^2+g_1^2}}\left(g_2\,W_\mu^3 - g_1\,B_\mu\right)$$

en los términos de interacción asociados a la simetría U(1) de hipercarga y SU(2) de isospín débil,

$$\mathcal{L}_{int}^{U(1)} = \frac{g_1}{2}\left[Y_L\left(\bar{\nu}_L\gamma^\mu\nu_L + \bar{e}_L\gamma^\mu e_L\right) + Y_R\left(\bar{e}_R\gamma^\mu e_R\right)\right]B_\mu$$
$$\mathcal{L}_{int}^{SU(2)} = \frac{g_2}{2}\left[\bar{\nu}_L\gamma^\mu\nu_L\,W_\mu^3 + \sqrt{2}\,\bar{\nu}_L\gamma^\mu e_L\,W_\mu^+ + \sqrt{2}\,\bar{e}_L\gamma^\mu\nu_L\,W_\mu^- - \bar{e}_L\gamma^\mu e_L\,W_\mu^3\right]$$

donde $W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)$ (ojo al signo!). *Notación:* $Q = T_3 + Y/2$

a) Muestre que el acoplamiento entre los electrones y el campo A_μ es el usual de QED

$$q_e \,\{\bar{e}_L\gamma^\mu e_L + \bar{e}_R\gamma^\mu e_R\}\; A_\mu$$

provisto que g_1 y g_2 estén relacionadas con la carga eléctrica q_e según

$$q_e = g_1 \,\cos\theta_W$$

con

$$\cos\theta_W = \frac{g_2}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}}$$

b) Muestre que el Z^0 se acopla a las componentes right y left de la corriente de electrones con distintas constantes

$$\frac{q_e}{\cos\theta_W \sin\theta_W}\left\{\left(-\frac{1}{2} + \sin^2\theta_W\right)\bar{e}_L\gamma^\mu e_L + \left(\sin^2\theta_W\right)\bar{e}_R\gamma^\mu e_R\right\}\; Z_\mu^0$$

y que el término de acoplamiento con los neutrinos es de la forma

$$\frac{q_e}{2\,\cos\theta_W \sin\theta_W}\,\{\bar{\nu}_L\gamma^\mu\nu_L\}\; Z_\mu^0$$

c) Interprete en términos de vértices de interacción, y de sus correspondientes diagramas de Feynman, los términos de acoplamiento entre las componentes left de los electrones, los neutrinos, y los bososnes W^+ y W^-. Analice la conservación de la carga eléctrica y de la helicidad en cada vértice y deduzca a partir de ello la carga eléctrica y el spin de los bosones.