

Interferencia en circuitos RLC acoplados en serie- Resonancia

Laboratorio de Física II- Universidad Favaloro-2001

Alumnos

- Hesse Rizzi, Eugenia eugehesse@ciudad.com.ar
- Croceri, Diego pulicipo@ciudad.com.ar
- Viegner, Alejandro aleviieg@yahoo.com

Resumen

Se desea estudiar la interferencia de dos circuitos RLC acoplados en serie. Encontramos la frecuencia de resonancia natural de cada uno de los circuitos y vimos como variaba la misma en la medida en que alejamos o acercamos los circuitos correspondientes.

Introducción

Se dice que un circuito eléctrico se encuentra en resonancia cuando se comporta como resistivo puro. La corriente es máxima y la tensión en la resistencia está en fase con la tensión de excitación del circuito. Para el caso del circuito RLC serie, la frecuencia angular de resonancia ω_0 está dada por

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \quad (1)$$

donde L es la inductancia y C es la capacitancia del circuito.

Por otra parte, el campo magnético generado en la bobina puede estar afectado por distintas causas, entre ellas la cercanía de otra inductancia. El objetivo principal del experimento es estudiar y encontrar una relación entre la perturbación en el circuito debida a la inducción magnética externa y la frecuencia de resonancia.

Experimento

Se utilizaron dos circuitos RLC serie (*figura 1*) con frecuencias similares de resonancia de manera tal que la perturbación entre ellos al acercarlos, resultaría notoria. Como no contábamos con dos inductancias del mismo valor, solucionamos el problema encontrando la relación que debían tener los capacitores de cada circuito según la ec. (1), igualando las frecuencias. Luego se estudió la resonancia de cada uno en forma aislada, primero teóricamente, conociendo los valores de las componentes de los circuitos y utilizando una planilla de cálculos para la simulación, y luego en forma experimental, midiendo las diferentes amplitudes de tensión en la resistencia R de la figura 1, para las distintas frecuencias de excitación. Se confeccionaron los gráficos para cada caso. Los resultados se ven en la *figura 2*.

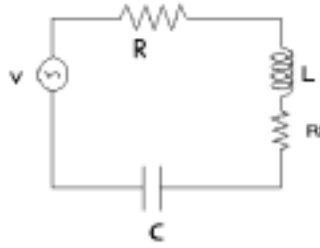


figura 1 circuito RLC serie con una fuente de tensión alterna V, una resistencia R, un inductor L con resistencia interna RL y un capacitor C.

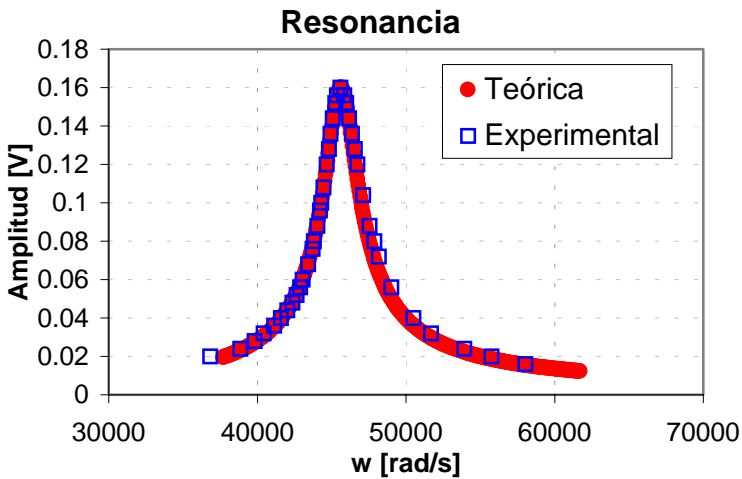


figura 2 a) Curva de resonancia para los circuitos
a) $\omega_0 = 45,6 \pm 0,3 \text{ E}3 \text{ rad/s}$

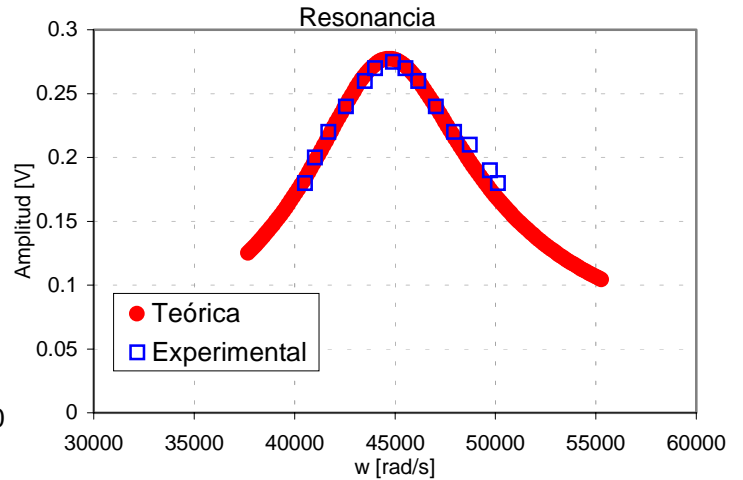


figura 2 b) Curva de resonancia para los circuitos
b) $\omega_0 = 45,0 \pm 0,3 \text{ E}3 \text{ rad/s}$

En la figura 2 a) claramente se ve que el circuito es más selectivo en frecuencia que el circuito del gráfico b). Esto se debe a las resistencias utilizadas para cada uno. Las figuras teóricas corresponden a la ec.(2)

$$V_R = \frac{V \cdot R}{\sqrt{(R + R_L)^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}} \quad (2)$$

La segunda parte del experimento consistió en excitar solamente a uno de los circuitos y, acercando o alejando al otro (sin ser excitado por ninguna fuente), se analizaron las nuevas frecuencias de resonancia que presentaba el circuito conectado a la fuente. Luego se volvieron a tomar las mediciones para el otro circuito. La figura 3 muestra un diagrama del experimento. Confeccionamos un gráfico en el cual se representa a la frecuencia de resonancia en función de la distancia a la cual se encontraban los dos circuitos. Los resultados se ven en el figura 4.

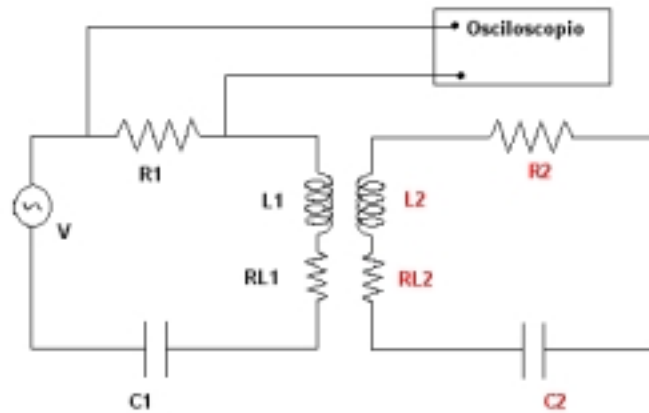


figura 3 diagrama del experimento realizado para medir la interferencia entre los circuitos

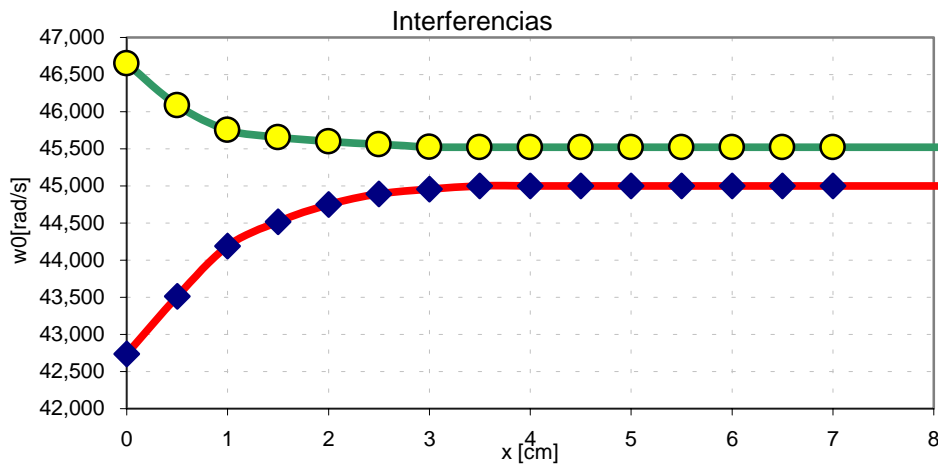


figura 4 interferencia entre los circuitos representada mediante la variación de la frecuencia angular de resonancia en función de la distancia de separación entre los circuitos

A medida que los circuitos se van alejando, ω_0 tiende asintóticamente a la correspondiente frecuencia de cada circuito aislado. Las experimentaciones teóricas corresponden a las ec(3) y ec(4),

$$\omega_1^2 = \omega_{12}^2 - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\Delta\omega_0^4 + \frac{4 \cdot M(x)^2}{L_1 \cdot L_2}} \quad (3)$$

y

$$\omega_1^2 = \omega_{12}^2 + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\Delta\omega_0^4 + \frac{4 \cdot M(x)^2}{L_1 \cdot L_2}} \quad (4)$$

$\omega_1^2 = \frac{1}{L_1 C_1}$ donde

$$\omega_{12}^2 = \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2} \quad (5)$$

$$\omega_2^2 = \frac{1}{L_2 C_2} \quad (6)$$

$$\Delta\omega^4 = (\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 \quad (7)$$

$$M(x) = \frac{\mu_0 \cdot R^2 \cdot N_1 \cdot N_2}{2 \cdot (R^2 + x^2)^{3/2}} \quad (8)$$

Mediante un método alternativo de obtención de datos, pudimos hacer una gráfica de la amplitud en función de la frecuencia para este fenómeno de la interferencia. Se utilizó el circuito que muestra la *figura 5* donde la amplitud A_f es proporcional a la frecuencia de excitación y la amplitud A_R proporcional a el voltaje en la resistencia.

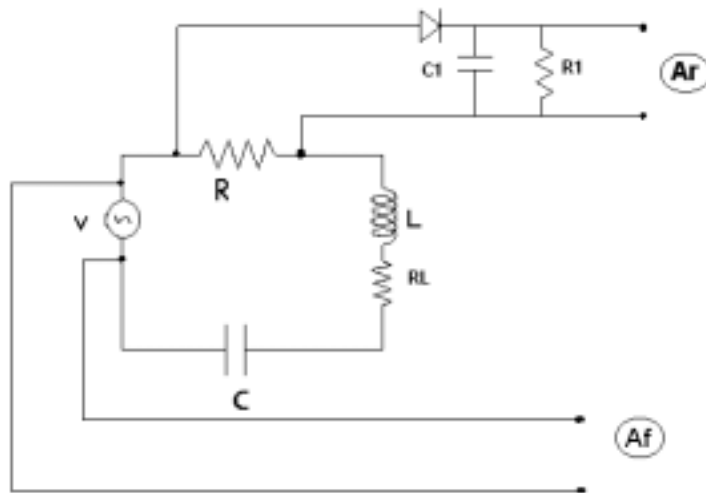


figura 5 circuito utilizado para graficar la interferencia. Haciendo un gráfico de A_r en función de A_f se obtiene el gráfico de la *figura 6*

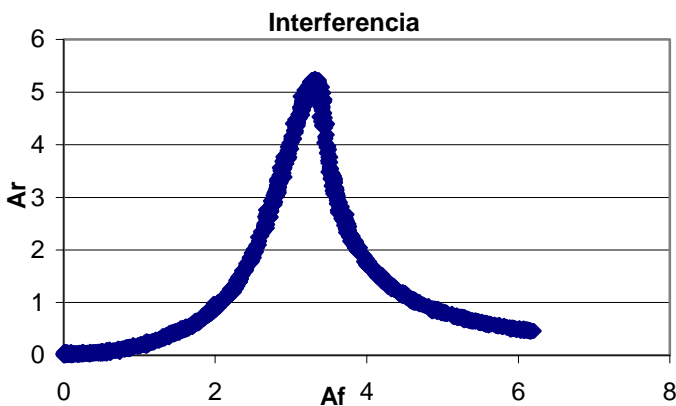


figura 6 a) interferencia del circuito aislado.

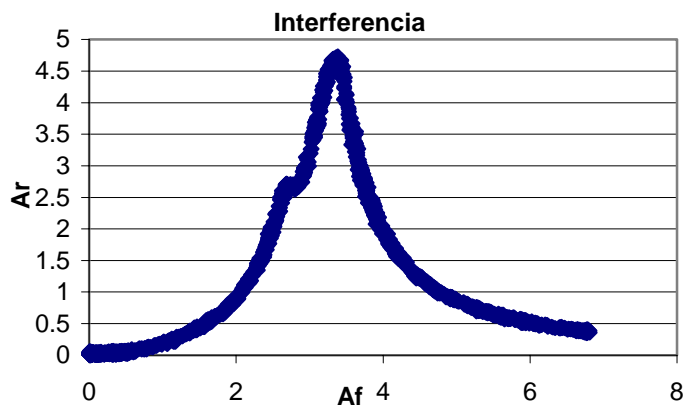


figura 6 b) interferencia para el circuito cuando está presente el otro. Se ve la “rodilla” a la izquierda de la gráfica por la presencia del otro circuito

Sabiendo la relación que existe entre A_f y la frecuencia correspondiente, determinamos la frecuencia de resonancia obtenida con este método de experimentación, obteniendo resultados parecidos a los anteriormente determinados ($45,3 \pm 0,3 \text{ E3 rad/s}$ para el circuito del *gráfico 1 a)* y $44,8 \pm 0,3 \text{ E3 rad/s}$ para el circuito de la *figura 1 b)*). En la *figura 6 b)* se ve claramente el efecto de la perturbación apareciendo en el gráfico una “rodilla”, que va desapareciendo a medida que alejamos los circuitos.

Discusión

La resonancia de los circuitos RLC serie no es un proceso complicado de estudiar. Es algo bien conocido y sobre lo cual se pueden encontrar muchos experimentos realizados.

En nuestro caso los resultados experimentales concuerdan mucho con el estudio teórico previo al proceso de obtención de datos. Para todo esto, debíamos conocer bien los valores de cada componente utilizada en el circuito. Lo más complicado fue medir la impedancia de la bobina, pero poniendo a los circuitos en resonancia y, conociendo C, por la ec (1), pudimos obtener L en cada circuito.

Al principio surgieron inconvenientes al no considerar correctamente los valores de las resistencias internas de cada bobina, pero al hacerlo se nos simplificó el estudio y se ajustó mejor la parte experimental con la teórica.

El hecho más difícil de estudiar fue el de la interferencia. En primer lugar, debimos encontrar dos circuitos con igual ω_0 . Llegamos a aproximar bastante estas frecuencias a pesar de que no contábamos con componentes iguales para los circuitos. Es así que procedimos a hacer las mediciones correspondientes. En la *figura 4)* puede apreciarse bien este hecho. A medida que la distancia de separación entre los circuitos aumenta, ω_0 tiende a ser la del circuito libre para cada caso, que es lo que era de esperarse. La resolución teórica del problema fue algo más complicada pero finalmente se llegó a la ec (3).

Otra manera clara de ver la perturbación fue mediante la confección de un gráfico de la amplitud en función de la frecuencia para las distintas distancias de separación de los circuitos. En la *figura 6)* sólo se muestran dibujos para cuando los circuitos están juntos o bien, totalmente separados. Es así como se nota la diferencia.

Conclusión

El experimento junto con los resultados obtenidos reflejan la validez de la teoría detrás de las ec.(1) y (2). Es decir, se comprobó que la diferencia de potencial en la resistencia de un circuito RLC serie está en fase con la corriente que circula por éste, con lo cual se deriva la expresión de la frecuencia a la que resuenan los circuitos, que también fue comprobada en la experiencia. Gracias a estos resultados se pudo obtener la expresión que describe como varía las frecuencias de resonancia cuando hay interferencia respecto de la distancia entre las bobinas. Llegar a esta expresión fue complicado ya que por motivos de accesibilidad se utilizaron circuitos con frecuencia de resonancia similares, pero con bobinas diferentes.

Sería interesante realizar esta experiencia con dos circuitos iguales, es decir, que todos sus componentes tengan el mismo valor. Lamentablemente, es muy difícil hacer esto posible ya que encontrar dos bobinas iguales es muy complicado ya que pueden variar sus

resistencias internas, y por tanto la frecuencia a la que va a resonar el circuito. Si se pudieran obtener dos bobinas iguales, en consecuencia, armar dos circuitos iguales, la expresión de cómo varía la frecuencia de resonancia cuando hay interferencia (respecto de la distancia entre las bobinas de los circuitos) sería distinta a la obtenida.

Agradecimientos

A Damián Craiem por todo, todo. A Maximiliano Hassan por estar siempre que lo necesitamos en el proceso de experimentación. A Salvador Gil por asistirnos en la resolución de ciertos inconvenientes durante el trabajo.

Bibliografía

1. Laboratory Exercises in Classical Electromagnetic Field Theory – H.A. Attawer – Am. J. Phys. **36**,672 (1968).
2. Classical Analogy to Quantum mechanical level repulsion- W. Frank and P. Von Brentano- Am. J. Phys. 62 706 (1994).
3. The Feynmann Lecture on Physics – Vol.1 Chap. 49 – R. P. Feynman, R.B. Leighton and M. Sand Addison-Wesley, Reading Ma 1970.